CÂU HỎI & BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 10

NGUYỄN PHÚ KHÁNH – HUỲNH ĐỨC KHÁNH

CHỦ ĐỀ 2.	HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI

❍ Bài 01

HÀM SỐ

I – ÔN TẬP VỀ HÀM SỐ

1. Hàm số. Tập xác định của hàm số

Giả sử có hai đại lượng biến thiên x và y, trong đó x nhận giá trị thuộc tập số D.

• Nếu với mỗi giá trị của x thuộc tập D có một và chỉ một giá trị tương ứng của x thuộc tập số thực $\mathbb{R}$ thì ta có một hàm số.

• Ta gọi x là biến số và y là hàm số của x

• Tập hợp D được gọi là **tập xác định** của hàm số.

2. Cách cho hàm số

Một hàm số có thể được cho bằng các cách sau.

• **Hàm số cho bằng bảng**

• **Hàm số cho bằng biểu đồ**

• **Hàm số cho bằng công thức**

Tập xác định của hàm số $y=f(x)$ là tập hợp tất cả các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

3. Đồ thị của hàm số

Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm $M(x;f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ với x thuộc D.

II – SỰ BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ

1. Ôn tập

• Hàm số $y=f(x)$ gọi là **đồng biến (tăng)** trên khoảng $(a;b)$ nếu

$$\forall x_1, x_2 \in (a;b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

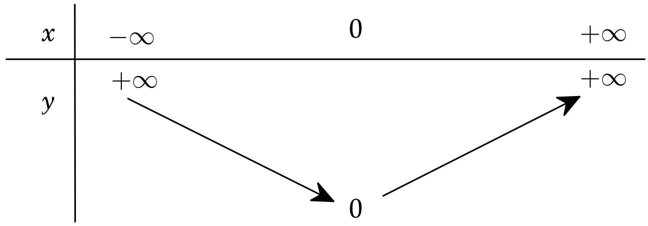
- Hàm số $y = f(x)$ gọi là **nghịch biến (giảm)** trên khoảng $(a;b)$ nếu

$$\forall x_1, x_2 \in (a;b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$

2. Bảng biến thiên

Xét chiều biến thiên của một hàm số là tìm các khoảng đồng biến và các khoảng nghịch biến của nó. Kết quả xét chiều biến thiên được tổng kết trong một bảng gọi là **bảng biến thiên**.

Ví dụ. Dưới đây là bảng biến thiên của hàm số $y = x^2$.



Hàm số $y = x^2$ xác định trên khoảng (hoặc trong khoảng) $(-\infty;+\infty)$ và khi x dần tới $+\infty$ hoặc dần tới $-\infty$ thì y đều dần tới $+\infty$.

Tại $x = 0$ thì $y = 0$.

Để diễn tả hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ ta vẽ mũi tên đi xuống (từ $+\infty$ đến 0).

Để diễn tả hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ ta vẽ mũi tên đi lên (từ 0 đến $+\infty$).

Nhìn vào bảng biến thiên, ta sơ bộ hình dung được đồ thị hàm số (đi lên trong khoảng nào, đi xuống trong khoảng nào).

III – TÍNH CHẴN LẺ CỦA HÀM SỐ

1. Hàm số chẵn, hàm số lẻ

- Hàm số $y = f(x)$ với tập xác định D gọi là **hàm số chẵn** nếu

$$\forall x \in \mathrm{D} \text{ thì } -x \in \mathrm{D} \text{ và } f(-x) = f(x).$$

- Hàm số $y = f(x)$ với tập xác định D gọi là **hàm số lẻ** nếu

$$\forall x \in \mathrm{D} \text{ thì } -x \in \mathrm{D} \text{ và } f(-x) = -f(x).$$

2. Đồ thị của hàm số chẵn, hàm số lẻ

- Đồ thị của một hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.
- Đồ thị của một hàm số lẻ nhận gốc tọa độ là tâm đối xứng.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. TÍNH GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x-1}$.

A. $M_1(2;1)$. **B.** $M_2(1;1)$. **C.** $M_3(2;0)$. **D.** $M_4(0;-1)$.

Lời giải. Xét đáp án A, thay $x=2$ và $y=1$ vào hàm số $y=\dfrac{1}{x-1}$ ta được $1=\dfrac{1}{2-1}$: thỏa mãn. **Chọn A.**

Câu 2. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x}$.

A. $A(1;-1)$. **B.** $B(2;0)$. **C.** $C\left(3;\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $D(-1;-3)$.

Lời giải. Xét đáp án A, thay $x=1$ và $y=-1$ vào hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x}$ ta được $-1=\dfrac{\sqrt{1^2-4.1+4}}{1}\Leftrightarrow -1=1$: không thỏa mãn.

Xét đáp án B, thay $x=2$ và $y=0$ vào hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x}$ ta được $0=\dfrac{\sqrt{2^2-4.2+4}}{2}$: thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)=|-5x|$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $f(-1)=5$. **B.** $f(2)=10$. **C.** $f(-2)=10$. **D.** $f\left(\dfrac{1}{5}\right)=-1$.

Lời giải. Ta có ● $f(-1)=|-5.(-1)|=|5|=5\longrightarrow$ A đúng.

- $f(2)=|-5.2|=|10|=10\longrightarrow$ B đúng.
- $f(-1)=|-5.(-2)|=|10|=10\longrightarrow$ C đúng.
- $f\left(\dfrac{1}{5}\right)=\left|-5.\dfrac{1}{5}\right|=|-1|=1\longrightarrow$ D sai. Chọn D.

Cách khác: Vì hàm đã cho là hàm trị tuyệt đối nên không âm. Do đó D sai.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x-1} & x\in(-\infty;0)\\ \sqrt{x+1} & x\in[0;2]\\ x^2-1 & x\in(2;5]\end{cases}$. Tính $f(4)$.

A. $f(4)=\dfrac{2}{3}$. **B.** $f(4)=15$. **C.** $f(4)=\sqrt{5}$. **D.** Không tính được.

Lời giải. Do $4\in(2;5]$ nên $f(4)=4^2-1=15$. **Chọn B.**

Câu 5. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & x\ge 2\\ x^2+1 & x<2\end{cases}$. Tính $P=f(2)+f(-2)$.

A. $P=\dfrac{8}{3}$. **B.** $P=4$. **C.** $P=6$. **D.** $P=\dfrac{5}{3}$.

Lời giải. Khi $x\ge 2$ thì $f(2)=\dfrac{2\sqrt{2+2}-3}{2-1}=1$.

Khi $x<2$ thì $f(-2)=(-2)^2+1=5$.

Vậy $f(2)+f(-2)=6$. **Chọn C.**

Vấn đề 2. TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

Câu 6. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x-2}$.

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}$. **B.** $\mathrm{D}=(1;+\infty)$. **C.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $\mathrm{D}=[1;+\infty)$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $2x-2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **Chọn C.**

Câu 7. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{(2x+1)(x-3)}$.

A. $\mathrm{D}=(3;+\infty)$. **B.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2};3\right\}$. **C.** $\mathrm{D}=\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ **D.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases}2x+1\neq 0\\ x-3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -\dfrac{1}{2}\\ x\neq 3\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2};3\right\}$. **Chọn B.**

Câu 8. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{x^2+3x-4}$.

A. $\mathrm{D}=\{1;-4\}$. **B.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{1;-4\}$. **C.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{1;4\}$. **D.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $x^2+3x-4\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ x\neq -4\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{1;-4\}$. **Chọn B.**

Câu 9. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{x+1}{(x+1)(x^2+3x+4)}$.

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathrm{D}=\{-1\}$. **C.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **D.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x+1\neq 0\\ x^2+3x+4\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow x\neq -1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **Chọn C.**

Câu 10. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x^3-3x+2}$.

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$. **C.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **D.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $x^3-3x+2\neq 0\Leftrightarrow (x-1)(x^2+x-2)\neq 0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-1\neq 0\\ x^2+x-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ \begin{cases}x\neq 1\\ x\neq -2\end{cases}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ x\neq -2\end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ **Chọn B.**

Câu 11. Tìm tập xác định D của hàm số $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}$.

A. $D=[-3;+\infty)$. **B.** $D=[-2;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=[2;+\infty)$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+2\geq 0 \\ x+3\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -2 \\ x\geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x\geq -2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[-2;+\infty)$. **Chọn B.**

Câu 12. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{6-3x}-\sqrt{x-1}$.

A. $D=(1;2)$. **B.** $D=[1;2]$. **C.** $D=[1;3]$. **D.** $D=[-1;2]$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases} 6-3x\geq 0 \\ x-1\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 2 \\ x\geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1\leq x\leq 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[1;2]$. **Chọn B.**

Câu 13. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3x-2}+6x}{\sqrt{4-3x}}$.

A. $D=\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$. **B.** $D=\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $D=\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{4}\right)$. **D.** $D=\left(-\infty;\dfrac{4}{3}\right)$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases} 3x-2\geq 0 \\ 4-3x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \dfrac{2}{3} \\ x<\dfrac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{2}{3}\leq x<\dfrac{4}{3}..$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$. **Chọn B.**

Câu 14. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{x+4}{\sqrt{x^2-16}}$.

A. $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}$.

C. $D=(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$. **D.** $D=(-4;4)$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $x^2-16>0 \Leftrightarrow x^2>16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>4 \\ x<-4 \end{array}\right.$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 15. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x-3}$.

A. $D=(-\infty;3]$. **B.** $D=[1;3]$. **C.** $D=[3;+\infty)$. **D.** $D=(3;+\infty)$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x^2-2x+1\geq 0 \\ x-3\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2\geq 0 \\ x-3\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ x\geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x\geq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[3;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 16. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2-x}+\sqrt{x+2}}{x}$.

A. $D=[-2;2]$. **B.** $D=(-2;2)\setminus\{0\}$. **C.** $D=[-2;2]\setminus\{0\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases} 2-x\geq 0 \\ x+2\geq 0 \\ x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 2 \\ x\geq -2 \\ x\neq 0 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[-2;2]\setminus\{0\}$. **Chọn C.**

Câu 17. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^2-x-6}$.

A. $D=\{3\}$. **B.** $D=[-1;+\infty)\setminus\{3\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=[-1;+\infty)$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x+1\ge 0\\ x^2-x-6\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\ x\ne 3\\ x\ne -2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\ x\ne 3\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[-1;+\infty)\setminus\{3\}$. **Chọn B.**

Câu 18. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{6-x}+\dfrac{2x+1}{1+\sqrt{x-1}}$.

A. $D=(1;+\infty)$. **B.** $D=[1;6]$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(-\infty;6)$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases}6-x\ge 0\\ x-1\ge 0\\ 1+\sqrt{x-1}\ne 0(\text{luon dung})\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 6\\ x\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow 1\le x\le 6$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[1;6]$. **Chọn B.**

Câu 19. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$.

A. $D=\mathbb{R}$.

B. $D=\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$.

C. $D=\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$.

D. $D=\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-3\ne 0\\ 2x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 3\\ x>\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$. **Chọn D.**

Câu 20. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x\sqrt{x^2-4x+4}}$.

A. $D=[-2;+\infty)\setminus\{0;2\}$.

B. $D=\mathbb{R}$.

C. $D=[-2;+\infty)$.

D. $D=(-2;+\infty)\setminus\{0;2\}$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x+2\ge 0\\ x\ne 0\\ x^2-4x+4>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2\ge 0\\ x\ne 0\\ (x-2)^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -2\\ x\ne 0\\ x\ne 2\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[-2;+\infty)\setminus\{0;2\}$. **Chọn A.**

Câu 21. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{x}{x-\sqrt{x}-6}$.

A. $D=[0;+\infty)$. **B.** $D=[0;+\infty)\setminus\{9\}$. **C.** $D=\{9\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x\ge 0\\ x-\sqrt{x}-6\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\ \sqrt{x}\ne 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\ x\ne 9\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[0;+\infty)\setminus\{9\}$. **Chọn B.**

Câu 22. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{\sqrt[3]{x-1}}{x^2+x+1}$.

A. $D=(1;+\infty)$. **B.** $D=\{1\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(-1;+\infty)$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $x^2+x+1\neq 0$ luôn đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$. **Chọn C.**

Câu 23. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+\sqrt{4-x}}{(x-2)(x-3)}$.

A. $D=[1;4]$. **B.** $D=(1;4)\setminus\{2;3\}$. **C.** $[1;4]\setminus\{2;3\}$. **D.** $(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-1\geq 0\\4-x\geq 0\\x-2\neq 0\\x-3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1\\x\leq 4\\x\neq 2\\x\neq 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\leq x\leq 4\\x\neq 2\\x\neq 3\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[1;4]\setminus\{2;3\}$. **Chọn C.**

Câu 24. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{\sqrt{x^2+2x+2}-(x+1)}$.

A. $D=(-\infty;-1)$. **B.** $D=[-1;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\sqrt{x^2+2x+2}-(x+1)\geq 0\Leftrightarrow\sqrt{(x+1)^2+1}\geq x+1$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+1<0\\(x+1)^2+1\geq 0\end{cases}\\\begin{cases}x+1\geq 0\\(x+1)^2+1\geq (x+1)^2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+1<0\\x+1\geq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$. **Chọn D.**

Câu 25. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{2018}{\sqrt[3]{x^2-3x+2}-\sqrt[3]{x^2-7}}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$.

C. $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\sqrt[3]{x^2-3x+2}-\sqrt[3]{x^2-7}\neq 0\Leftrightarrow\sqrt[3]{x^2-3x+2}\neq\sqrt[3]{x^2-7}$

$\Leftrightarrow x^2-3x+2\neq x^2-7\Leftrightarrow 9\neq 3x\Leftrightarrow x\neq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **Chọn A.**

Câu 26. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{|x|}{|x-2|+|x^2+2x|}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{0;-2\}$. **C.** $D=(-2;0)$. **D.** $D=(2;+\infty)$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $|x-2|+|x^2+2x|\neq 0$.

Xét phương trình $|x-2|+|x^2+2x|=0\Leftrightarrow\begin{cases}|x-2|=0\\|x^2+2x|=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\x=0\vee x=-2\end{cases}\Leftrightarrow x=\varnothing$.

Do đó, $|x-2|+|x^2+2x|\neq 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$. **Chọn A.**

Câu 27. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{\sqrt{x|x-4|}}$.

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{0;4\}$. **B.** $\mathrm{D}=(0;+\infty)$. **C.** $\mathrm{D}=[0;+\infty)\setminus\{4\}$. **D.** $\mathrm{D}=(0;+\infty)\setminus\{4\}$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $x|x-4|>0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ |x-4|\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\neq 4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathrm{D}=(0;+\infty)\setminus\{4\}$. **Chọn D.**

Câu 28. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{5-3|x|}}{x^2+4x+3}$.

A. $\mathrm{D}=\left[-\dfrac{5}{3};\dfrac{5}{3}\right]\setminus\{-1\}$.

B. $\mathrm{D}=\mathbb{R}$.

C. $\mathrm{D}=\left(-\dfrac{5}{3};\dfrac{5}{3}\right)\setminus\{-1\}$.

D. $\mathrm{D}=\left[-\dfrac{5}{3};\dfrac{5}{3}\right]$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases} 5-3|x|\geq 0 \\ x^2+4x+3\neq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x|\leq \dfrac{5}{3} \\ x\neq -1 \\ x\neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{5}{3}\leq x\leq \dfrac{5}{3} \\ x\neq -1 \\ x\neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{5}{3}\leq x\leq \dfrac{5}{3} \\ x\neq -1 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathrm{D}=\left[-\dfrac{5}{3};\dfrac{5}{3}\right]\setminus\{-1\}$. **Chọn A.**

Câu 29. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2-x} & ;x\geq 1 \\ \sqrt{2-x} & ;x<1 \end{cases}$.

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}$. **B.** $\mathrm{D}=(2;+\infty)$. **C.** $\mathrm{D}=(-\infty;2)$. **D.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\geq 1 \\ 2-x\neq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x<1 \\ 2-x\geq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\geq 1 \\ x\neq 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x<1 \\ x\leq 2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\geq 1 \\ x\neq 2 \end{cases} \\ x<1 \end{array}\right.$.

Vậy xác định của hàm số là $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **Chọn D.**

Câu 30. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} & ;x\geq 1 \\ \sqrt{x+1} & ;x<1 \end{cases}$.

A. $\mathrm{D}=\{-1\}$. **B.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}$. **C.** $\mathrm{D}=[-1;+\infty)$. **D.** $\mathrm{D}=[-1;1)$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\geq 1 \\ x\neq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x<1 \\ x+1\geq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geq 1 \\ \begin{cases} x<1 \\ x\geq -1 \end{cases} \end{array}\right.$.

Vậy xác định của hàm số là $\mathrm{D}=[-1;+\infty)$. **Chọn D.**

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x-m+1}+\dfrac{2x}{\sqrt{-x+2m}}$ xác định trên khoảng $(-1;3)$.

A. Không có giá trị m thỏa mãn. **B.** $m\geq 2$.

C. $m\geq 3$. **D.** $m\geq 1$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-m+1\geq 0\\ -x+2m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq m-1\\ x<2m\end{cases}$.

$\longrightarrow$ Tập xác định của hàm số là $D=[m-1;2m)$ với điều kiện $m-1<2m\Leftrightarrow m>-1$.

Hàm số đã cho xác định trên $(-1;3)$ khi và chỉ khi $(-1;3)\subset[m-1;2m)$

$\Leftrightarrow m-1\leq -1<3\leq 2m\Leftrightarrow\begin{cases}m\leq 0\\ m\geq\dfrac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow$ Vô nghiệm. **Chọn A.**

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1;0)$.

A. $\left[\begin{array}{l}m>0\\ m<-1\end{array}\right.$. **B.** $m\leq -1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\geq 0\\ m\leq -1\end{array}\right.$. **D.** $m\geq 0$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $x-m\neq 0\Leftrightarrow x\neq m$.

$\longrightarrow$ Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Hàm số xác định trên $(-1;0)$ khi và chỉ khi $m\notin(-1;0)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 0\\ m\leq -1\end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0;1)$.

A. $m\in\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]\cup\{2\}$. **B.** $m\in(-\infty;-1]\cup\{2\}$.

C. $m\in(-\infty;1]\cup\{3\}$. **D.** $m\in(-\infty;1]\cup\{2\}$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-m+2\geq 0\\ \sqrt{x-m+2}-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq m-2\\ x\neq m-1\end{cases}$.

$\longrightarrow$ Tập xác định của hàm số là $D=[m-2;+\infty)\setminus\{m-1\}$.

Hàm số xác định trên $(0;1)$ khi và chỉ khi $(0;1)\subset[m-2;+\infty)\setminus\{m-1\}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-2\leq 0<1\leq m-1\\ m-1\leq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\leq 2\\ m\geq 2\end{cases}\\ m\leq 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\ m\leq 1\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x-m}+\sqrt{2x-m-1}$ xác định trên $(0;+\infty)$.

A. $m\leq 0$. **B.** $m\geq 1$. **C.** $m\leq 1$. **D.** $m\leq -1$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-m\geq 0\\ 2x-m-1\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq m\\ x\geq\dfrac{m+1}{2}\end{cases}\quad(*)$.

• **TH1:** Nếu $m \geq \frac{m+1}{2} \Leftrightarrow m \geq 1$ thì $(*) \Leftrightarrow x \geq m$.

$\longrightarrow$ Tập xác định của hàm số là $\mathrm{D} = [m; +\infty)$.

Khi đó, hàm số xác định trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $(0; +\infty) \subset [m; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 0$

$\longrightarrow$ Không thỏa mãn điều kiện $m \geq 1$.

• **TH2:** Nếu $m \leq \frac{m+1}{2} \Leftrightarrow m \leq 1$ thì $(*) \Leftrightarrow x \geq \frac{m+1}{2}$.

$\longrightarrow$ Tập xác định của hàm số là $\mathrm{D} = \left[\frac{m+1}{2}; +\infty\right)$.

Khi đó, hàm số xác định trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $(0; +\infty) \subset \left[\frac{m+1}{2}; +\infty\right)$

$\Leftrightarrow \frac{m+1}{2} \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$

$\longrightarrow$ Thỏa mãn điều kiện $m \leq 1$.

Vậy $m \leq -1$ thỏa yêu cầu bài toán. **Chọn D.**

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2 - 6x + m - 2}}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $m \geq 11$. **B.** $m > 11$. **C.** $m < 11$. **D.** $m \leq 11$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $x^2 - 6x + m - 2 > 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + m - 11 > 0$.

Hàm số xác định với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (x-3)^2 + m - 11 > 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m - 11 > 0 \Leftrightarrow m > 11$. **Chọn B.**

Vấn đề 3. TÍNH ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = 4 - 3x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải. TXĐ: $\mathrm{D} = \mathbb{R}$. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ và $x_1 < x_2$, ta có

$$f(x_1) - f(x_2) = (4 - 3x_1) - (4 - 3x_2) = -3(x_1 - x_2) > 0.$$

Suy ra $f(x_1) > f(x_2)$. Do đó, hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Mà $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right) \subset \mathbb{R}$ nên hàm số cũng nghịch biến trên $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$. **Chọn B.**

Câu 37. Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 5$ trên khoảng $(-\infty; 2)$ và trên khoảng $(2; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$, đồng biến trên $(2; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$, nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Lời giải. Chọn A. Ta có $f(x_1)-f(x_2)=(x_1^2-4x_1+5)-(x_2^2-4x_2+5)$
$=(x_1^2-x_2^2)-4(x_1-x_2)=(x_1-x_2)(x_1+x_2-4)$.

• Với mọi $x_1,\ x_2\in(-\infty;2)$ và $x_1<x_2$. Ta có $\begin{cases}x_1<2\\x_2<2\end{cases}\Rightarrow x_1+x_2<4$.

Suy ra $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{(x_1-x_2)(x_1+x_2-4)}{x_1-x_2}=x_1+x_2-4<0$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$.

• Với mọi $x_1,\ x_2\in(2;+\infty)$ và $x_1<x_2$. Ta có $\begin{cases}x_1>2\\x_2>2\end{cases}\Rightarrow x_1+x_2>4$.

Suy ra $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{(x_1-x_2)(x_1+x_2-4)}{x_1-x_2}=x_1+x_2-4>0$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 38. Xét sự biến thiên của hàm số $f(x)=\dfrac{3}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số không đồng biến, cũng không nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải. Ta có $f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{3}{x_1}-\dfrac{3}{x_2}=\dfrac{3(x_2-x_1)}{x_1x_2}=-\dfrac{3(x_1-x_2)}{x_1x_2}$.

Với mọi $x_1,\ x_2\in(0;+\infty)$ và $x_1<x_2$. Ta có $\begin{cases}x_1>0\\x_2>0\end{cases}\Rightarrow x_1.x>0$.

Suy ra $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=-\dfrac{3}{x_1x_2}<0\longrightarrow f(x)$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$. **Chọn B.**

Câu 39. Xét sự biến thiên của hàm số $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$ trên khoảng $(1;+\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm số không đồng biến, cũng không nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Lời giải. Ta có

$$f(x_1)-f(x_2)=\left(x_1+\frac{1}{x_1}\right)-\left(x_2+\frac{1}{x_2}\right)=(x_1-x_2)+\left(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right)=(x_1-x_2)\left(1-\frac{1}{x_1x_2}\right).$$

Với mọi $x_1,\ x_2\in(1;+\infty)$ và $x_1<x_2$. Ta có $\begin{cases}x_1>1\\x_2>1\end{cases}\Rightarrow x_1.x_1>1\Rightarrow\dfrac{1}{x_1.x_1}<1$.

Suy ra $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=1-\dfrac{1}{x_1x_2}>0 \longrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$. **Chọn A.**

Câu 40. Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x)=\dfrac{x-3}{x+5}$ trên khoảng $(-\infty;-5)$ và trên khoảng $(-5;+\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-5)$, đồng biến trên $(-5;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-5)$, nghịch biến trên $(-5;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-5)$ và $(-5;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-5)$ và $(-5;+\infty)$.

Lời giải. Chọn D. Ta có $f(x_1)-f(x_2)=\left(\dfrac{x_1-3}{x_1+5}\right)-\left(\dfrac{x_2-3}{x_2+5}\right)$

$=\dfrac{(x_1-3)(x_2+5)-(x_2-3)(x_1+5)}{(x_1+5)(x_2+5)}=\dfrac{8(x_1-x_2)}{(x_1+5)(x_2+5)}$.

• Với mọi $x_1,\ x_2\in(-\infty;-5)$ và $x_1<x_2$. Ta có $\begin{cases}x_1<-5\\x_2<-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+5<0\\x_2+5<0\end{cases}$.

Suy ra $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{8}{(x_1+5)(x_2+5)}>0\longrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;-5)$.

• Với mọi $x_1,\ x_2\in(-5;+\infty)$ và $x_1<x_2$. Ta có $\begin{cases}x_1>-5\\x_2>-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+5>0\\x_2+5>0\end{cases}$.

Suy ra $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{8}{(x_1+5)(x_2+5)}>0\longrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(-5;+\infty)$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{2x-7}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\left(\dfrac{7}{2};+\infty\right)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{7}{2};+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải. TXĐ: $D=\left[\dfrac{7}{2};+\infty\right)$ nên ta loại đáp án C và D.

Xét $f(x_1)-f(x_2)=\sqrt{2x_1-7}-\sqrt{2x_2-7}=\dfrac{2(x_1-x_2)}{\sqrt{2x_1-7}+\sqrt{2x_2-7}}$.

Với mọi $x_1,\ x_2\in\left(\dfrac{7}{2};+\infty\right)$ và $x_1<x_2$, ta có $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{2}{\sqrt{2x_1-7}+\sqrt{2x_2-7}}>0.$

Vậy hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{7}{2};+\infty\right)$. **Chọn B.**

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để hàm số $f(x)=(m+1)x+m-2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải. Tập xác đinh $D=\mathbb{R}$.

Với mọi $x_1,x_2\in D$ và $x_1<x_2$. Ta có

$$f(x_1)-f(x_2)=[(m+1)x_1+m-2]-[(m+1)x_2+m-2]=(m+1)(x_1-x_2).$$

Suy ra $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=m+1$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $m+1>0 \Leftrightarrow m>-1 \xrightarrow[m\in[-3;3]]{m\in\mathbb{Z}} m\in\{0;1;2;3\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^2+(m-1)x+2$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $m<5$. **B.** $m>5$. **C.** $m<3$. **D.** $m>3$.

Lời giải. Với mọi $x_1 \neq x_2$, ta có

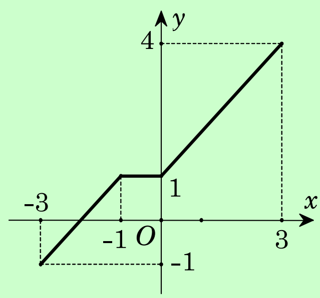
$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{\left[-x_1^2+(m-1)x_1+2\right]-\left[-x_2^2+(m-1)x_2+2\right]}{x_1-x_2}=-(x_1+x_2)+m-1.$$

Để hàm số nghịch biến trên $(1;2) \longleftrightarrow -(x_1+x_2)+m-1<0$, với mọi $x_1,x_2\in(1;2)$

$\Leftrightarrow m<(x_1+x_2)+1$, với mọi $x_1,x_2\in(1;2)$

$\Leftrightarrow m<(1+1)+1=3$. **Chọn C.**

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $[-3;3]$ và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ và $(1;4)$.

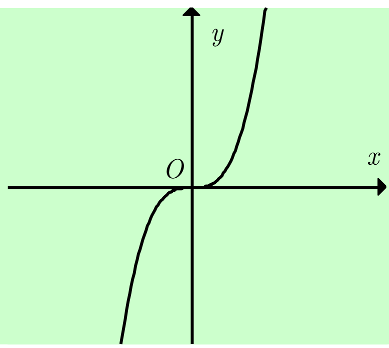
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Lời giải. Trên khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$ đồ thị hàm số đi lên từ trái sang phải

$\longrightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$. **Chọn A.**

Câu 45. Cho đồ thị hàm số $y=x^3$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây sai?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến tại gốc tọa độ O.

Lời giải. Chọn D.

Vấn đề 4. HÀM SỐ CHẴN, HÀM SỐ LẺ

Câu 46. Trong các hàm số $y=2015x$, $y=2015x+2$, $y=3x^2-1$, $y=2x^3-3x$ có bao nhiêu hàm số lẻ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải. • Xét $f(x)=2015x$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=2015(-x)=-2015x=-f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

- Xét $f(x)=2015x+2$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=2015(-x)+2=-2015x+2\neq\pm f(x)\longrightarrow f(x)$ không chẵn, không lẻ.

- Xét $f(x)=3x^2-1$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=3(-x)^2-1=3x^2-1=f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn.

- Xét $f(x)=2x^3-3x$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=2(-x)^3-3(-x)=-2x^3+3x=-f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

Vậy có hai hàm số lẻ. **Chọn B.**

Câu 47. Cho hai hàm số $f(x)=-2x^3+3x$ và $g(x)=x^{2017}+3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x)$ là hàm số lẻ; $g(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số chẵn; $g(x)$ là hàm số chẵn.

C. Cả $f(x)$ và $g(x)$ đều là hàm số không chẵn, không lẻ.

D. $f(x)$ là hàm số lẻ; $g(x)$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Lời giải. • Xét $f(x)=-2x^3+3x$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=-2(-x)^3+3(-x)=2x^3-3x=-f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

- Xét $g(x)=x^{2017}+3$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $g(-x)=(-x)^3-4(-x)^2=-x^3-4x^2\neq\pm g(x)\longrightarrow g(x)$ không chẵn, không lẻ.

Vậy $f(x)$ là hàm số lẻ; $g(x)$ là hàm số không chẵn, không lẻ. **Chọn D.**

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=x^2-|x|$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. $f(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số chẵn.

C. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua gốc tọa độ.

D. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua trục hoành.

Lời giải. TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=(-x)^2-|-x|=x^2-|x|=f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn. **Chọn B.**

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=|x-2|$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. $f(x)$ là hàm số lẻ. **B.** $f(x)$ là hàm số chẵn.

C. $f(x)$ là hàm số vừa chẵn, vừa lẻ. **D.** $f(x)$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Lời giải. TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=|(-x)-2|=|x+2|\neq\pm f(x)\longrightarrow f(x)$ không chẵn, không lẻ. **Chọn D.**

Nhận xét: Hàm số vừa chẵn, vừa lẻ chỉ có một hàm duy nhất là $f(x)=0$.

Câu 50. Trong các hàm số nào sau đây, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y=x^{2018}-2017$. **B.** $y=\sqrt{2x+3}$.

C. $y=\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}$. **D.** $y=|x+3|+|x-3|$.

Lời giải. • Xét $f(x)=x^{2018}-2017$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=(-x)^{2018}-2017=x^{2018}-2017=f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn.

• Xét $f(x)=\sqrt{2x+3}$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\left[-\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Ta có $x_0=2\in\mathrm{D}$ nhưng $-x_0=-2\notin\mathrm{D}\longrightarrow f(x)$ không chẵn, không lẻ.

• Xét $f(x)=\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}$ có TXĐ: $\mathrm{D}=[-3;3]$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=\sqrt{3-x}-\sqrt{3+x}=-\left(\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}\right)=-f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

Chọn C.

• Xét $f(x)=|x+3|+|x-3|$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=|-x+3|+|-x-3|=|x-3|+|x+3|=f(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 51. Trong các hàm số nào sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y=|x+1|+|x-1|$. **B.** $y=|x+3|+|x-2|$.

C. $y=2x^3-3x$. **D.** $y=2x^4-3x^2+x$.

Lời giải. Xét $f(x)=|x+1|+|x-1|$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=|-x+1|+|-x-1|=|x-1|+|x+1|=f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn.

Chọn A.

Bạn đọc kiểm tra được đáp án B là hàm số không chẵn, không lẻ; đáp án C là hàm số lẻ; đáp án D là hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 52. Trong các hàm số $y=|x+2|-|x-2|$, $y=|2x+1|+\sqrt{4x^2-4x+1}$, $y=x(|x|-2)$, $y=\dfrac{|x+2015|+|x-2015|}{|x+2015|-|x-2015|}$ có bao nhiêu hàm số lẻ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải. • Xét $f(x)=|x+2|-|x-2|$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=|(-x)+2|-|(-x)-2|=|-x+2|-|-x-2|$

$=|x-2|-|x+2|=-\left(|x+2|-|x-2|\right)=-f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

• Xét $f(x)=|2x+1|+\sqrt{4x^2-4x+1}=|2x+1|+\sqrt{(2x-1)^2}=|2x+1|+|2x-1|$

có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=|2(-x)+1|+|2(-x)-1|=|-2x+1|+|-2x-1|$

$=|2x-1|+|2x+1|=|2x+1|+|2x-1|=f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn.

• Xét $f(x)=x(|x|-2)$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=(-x)(|-x|-2)=-x(|x|-2)=-f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

• Xét $f(x)=\dfrac{|x+2015|+|x-2015|}{|x+2015|-|x-2015|}$ có TXĐ: $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ nên $\forall x\in\mathrm{D}\Rightarrow -x\in\mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=\dfrac{|-x+2015|+|-x-2015|}{|-x+2015|-|-x-2015|}=\dfrac{|x-2015|+|x+2015|}{|x-2015|-|x+2015|}$

$=-\dfrac{|x+2015|+|x-2015|}{|x+2015|-|x-2015|}=-f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

Vậy có tất cả 3 hàm số lẻ. **Chọn C.**

Câu 53. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}-x^3-6 & ;x\le -2\\ |x| & ;-2<x<2\\ x^3-6 & ;x\ge 2\end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số chẵn.

C. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua gốc tọa độ.

D. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua trục hoành.

Lời giải. Tập xác định $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in \mathrm{D}\Rightarrow -x\in \mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=\begin{cases}-(-x)^3-6 & ;\ (-x)\le -2\\ |-x| & ;\ -2\le -x\le 2\\ (-x)^3-6 & ;\ (-x)\ge 2\end{cases}=\begin{cases}x^3-6 & ;\ x\ge 2\\ |x| & ;\ -2\le x\le 2\\ -x^3-6 & ;\ x\le -2\end{cases}=f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn. **Chọn B.**

Câu 54. Tìm điều kiện của tham số để các hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ là hàm số chẵn.

A. a tùy ý, $b=0$, $c=0$.

B. a tùy ý, $b=0$, c tùy ý.

C. a, b, c tùy ý.

D. a tùy ý, b tùy ý, $c=0$.

Lời giải. Tập xác định $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in \mathrm{D}\Rightarrow -x\in \mathrm{D}$.

Để $f(x)$ là hàm số chẵn $\Leftrightarrow$ $f(-x)=f(x)$, $\forall x\in \mathrm{D}$

$\Leftrightarrow a(-x)^2+b(-x)+c=ax^2+bx+c,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 2bx=0,\forall x\in\mathbb{R}\longleftrightarrow b=0$. **Chọn B.**

Cách giải nhanh. Hàm $f(x)$ chẵn khi hệ số của mũ lẻ bằng 0 $\Leftrightarrow b=0$.

Câu 55*. Biết rằng khi $m=m_0$ thì hàm số $f(x)=x^3+(m^2-1)x^2+2x+m-1$ là hàm số lẻ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m_0\in\left(\frac{1}{2};3\right)$.

B. $m_0\in\left[-\frac{1}{2};0\right]$.

C. $m_0\in\left(0;\frac{1}{2}\right]$.

D. $m_0\in[3;+\infty)$.

Lời giải. Tập xác định $\mathrm{D}=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in \mathrm{D}\Rightarrow -x\in \mathrm{D}$.

Ta có $f(-x)=(-x)^3+(m^2-1)(-x)^2+2(-x)+m-1=-x^3+(m^2-1)x^2-2x+m-1$.

Để hàm số đã cho là hàm số lẻ khi $f(-x)=-f(x)$, với mọi $x\in \mathrm{D}$

$\Leftrightarrow -x^3+(m^2-1)x^2-2x+m-1=-\left[x^3+(m^2-1)x^2+2x+m-1\right]$, với mọi $x\in \mathrm{D}$

$\Leftrightarrow 2(m^2-1)x^2+2(m-1)=0$, với mọi $x\in \mathrm{D}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}m^2-1=0\\ m-1=0\end{cases}\Leftrightarrow m=1\in\left(\frac{1}{2};3\right)$. **Chọn A.**

Cách giải nhanh. Hàm $f(x)$ lẻ khi hệ số của mũ chẵn bằng 0 và hệ số tự do cũng bằng 0 $\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-1=0\\ m-1=0\end{cases}\Leftrightarrow m=1\in\left(\frac{1}{2};3\right)$.

○ Bài 02

HÀM SỐ $y = ax + b$

I – ÔN TẬP VỀ HÀM SỐ BẬC NHẤT

$$y = ax + b \quad (a \neq 0).$$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

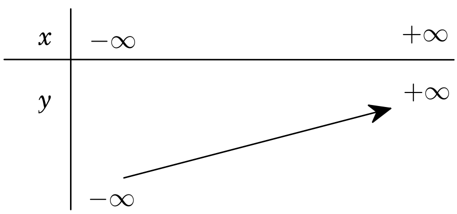
Chiều biến thiên

Với $a > 0$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

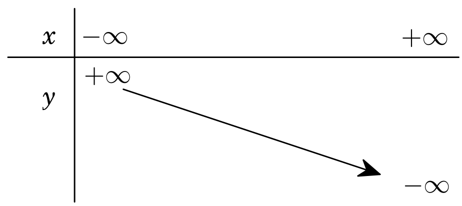
Với $a < 0$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Bảng biến thiên

$a > 0$

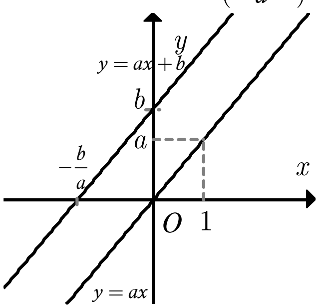


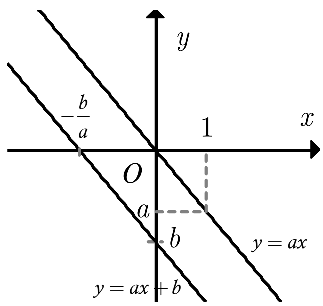
$a < 0$



Đồ thị

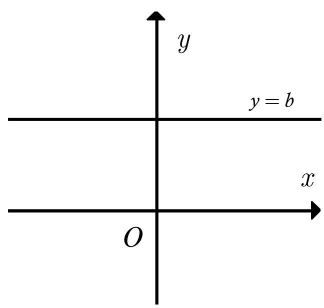
Đồ thị của hàm số là một đường thẳng không song song và cũng không trùng với các trục tọa độ. Đường thẳng này luôn song song với đường thẳng $y = ax$ (nếu $b \neq 0$) và đi qua hai điểm $A(0;b)$, $B\left(-\frac{b}{a};0\right)$.





II – HÀM SỐ HẰNG $y = b$

Đồ thị hàm số $y = b$ là một đường thẳng song song hoặc trùng với trục hoành và cắt trục tung tại điểm $(0;b)$. Đường thẳng này gọi là đường thẳng $y = b$.



III – HÀM SỐ $y = |x|$

Hàm số $y = |x|$ có liên quan chặt chẽ với hàm bậc nhất.

1. Tập xác định

Hàm số $y=|x|$ xác định với mọi giá trị của $y=|x|$ tức là tập xác định $y=|x|$

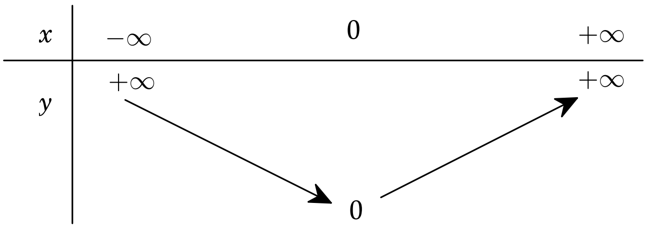
2. Chiều biến thiên

Theo định nghĩa của giá trị tuyệt đối, ta có $y=|x|=\begin{cases} x & \text{khi} \quad x\ge 0 \\ -x & \text{khi} \quad x<0 \end{cases}$.

Từ đó suy ra hàm số $y=|x|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Bảng biến thiên

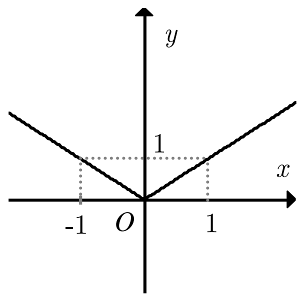
Khi $x>0$ và dần tới $+\infty$ thì $y=x$ dần tới $+\infty$, khi $x<0$ dần tới $-\infty$ thì $y=-x$ cũng dần tới $+\infty$. Ta có bảng biến thiên sau



3. Đồ thị

Trong nửa khoảng $[0;+\infty)$ đồ thị của hàm số $y=|x|$ trùng với đồ thị của hàm số $y=x$.

Trong khoảng $(-\infty;0)$ đồ thị của hàm số $y=|x|$ trùng với đồ thị của hàm số $y=-x$.



CHÚ Ý

Hàm số $y=|x|$ là một hàm số chẵn, đồ thị của nó nhận Oy làm trục đối xứng.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. TÍNH ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN

Câu 1. Tìm m để hàm số $y=(2m+1)x+m-3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m>\frac{1}{2}$. **B.** $m<\frac{1}{2}$. **C.** $m<-\frac{1}{2}$. **D.** $m>-\frac{1}{2}$.

Lời giải. Hàm số bậc nhất $y=ax+b$ đồng biến $\to a>0\to 2m+1>0\Leftrightarrow m>-\frac{1}{2}$.

Chọn D.

Câu 2. Tìm m để hàm số $y=m(x+2)-x(2m+1)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m>-2$. **B.** $m<-\frac{1}{2}$. **C.** $m<-1$. **D.** $m>-\frac{1}{2}$.

Lời giải. Viết lại $y=m(x+2)-x(2m+1)=(-1-m)x+2m$.

Hàm số bậc nhất $y=ax+b$ nghịch biến $\to a<0\to -1-m<0\Leftrightarrow m>-1$. **Chọn C.**

Câu 3. Tìm m để hàm số $y=-\left(m^2+1\right)x+m-4$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m>1$. **B.** Với mọi m. **C.** $m<-1$. **D.** $m>-1$.

Lời giải. Hàm số bậc nhất $y=ax+b$ nghịch biến $\to a<0 \to -\left(m^2+1\right)<0 \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$.

Chọn B.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017;2017]$ để hàm số $y=(m-2)x+2m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 2014. **B.** 2016. **C.** Vô số. **D.** 2015.

Lời giải. Hàm số bậc nhất $y=ax+b$ đồng biến $\to a>0 \to m-2>0 \Leftrightarrow m>2$

$\xrightarrow[m\in[-2017;2017]]{m\in\mathbb{Z}} m\in\{3;4;5;...;2017\}$.

Vậy có $2017-3+1=2015$ giá trị nguyên của m cần tìm. **Chọn D.**

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017;2017]$ để hàm số $y=\left(m^2-4\right)x+2m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 4030. **B.** 4034. **C.** Vô số. **D.** 2015.

Lời giải. Hàm số bậc nhất $y=ax+b$ đồng biến $\to a>0 \to m^2-4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right.$

$\xrightarrow[m\in[-2017;2017]]{m\in\mathbb{Z}} m\in\{-2017;-2016;-2015;...;3\}\cup\{3;4;5;...;2017\}$.

Vậy có $2.(2017-3+1)=2.2015=4030$ giá trị nguyên của m cần tìm. **Chọn A.**

Vấn đề 2. XÁC ĐỊNH HÀM SỐ BẬC NHẤT

Câu 6. Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $y=\sqrt{2}x$.

A. $y=1-\sqrt{2}x$. **B.** $y=\dfrac{1}{\sqrt{2}}x-3$. **C.** $y+\sqrt{2}x=2$. **D.** $y-\dfrac{2}{\sqrt{2}}x=5$.

Lời giải. Hai đường thẳng song song khi có hệ số góc bằng nhau. **Chọn D.**

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=\left(m^2-3\right)x+2m-3$ song song với đường thẳng $y=x+1$.

A. $m=2$. **B.** $m=\pm 2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=1$.

Lời giải. Để đường thẳng $y=\left(m^2-3\right)x+2m-3$ song song với đường thẳng $y=x+1$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2-3=1 \\ 2m-3\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\pm 2 \\ m\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m=-2$. **Chọn C.**

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=3x+1$ song song với đường thẳng $y=\left(m^2-1\right)x+(m-1)$.

A. $m=\pm 2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=0$.

Lời giải. Để đường thẳng $y=\left(m^2-1\right)x+(m-1)$ song song với đường thẳng $y=3x+1$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2-1=3 \\ m-1\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\pm 2 \\ m\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m=-2$. **Chọn C.**

Câu 9. Biết rằng đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua điểm $M(1;4)$ và song song với đường thẳng $y=2x+1$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=4$. **B.** $S=2$. **C.** $S=0$. **D.** $S=-4$.

Lời giải. Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1;4)$ nên $4=a.1+b$. (1)

Mặt khác, đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y=2x+1$ nên $a=2$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases}4=a.1+b\\a=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=2\end{cases}\longrightarrow a+b=4$. **Chọn A.**

Câu 10. Biết rằng đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua điểm $E(2;-1)$ và song song với đường thẳng ON với O là gốc tọa độ và $N(1;3)$. Tính giá trị biểu thức $S=a^2+b^2$.

A. $S=-4$. **B.** $S=-40$. **C.** $S=-58$. **D.** $S=58$.

Lời giải. Đồ thị hàm số đi qua điểm $E(2;-1)$ nên $-1=a.2+b$. (1)

Gọi $y=a'x+b'$ là đường thẳng đi qua hai điểm $O(0;0)$ và $N(1;3)$ nên $\begin{cases}0=a'.0+b'\\3=a'.1+b'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a'=3\\b'=0\end{cases}$.

Đồ thị hàm số song song với đường thẳng ON nên $a=a'=3$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases}-1=a.2+b\\a=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-7\end{cases}\longrightarrow S=a^2+b^2=58$. **Chọn D.**

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d:y=(3m+2)x-7m-1$ vuông góc với đường $\Delta:y=2x-1$.

A. $m=0$. **B.** $m=-\frac{5}{6}$. **C.** $m<\frac{5}{6}$. **D.** $m>-\frac{1}{2}$.

Lời giải. Để đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d khi và chỉ khi $2(3m+2)=-1\Leftrightarrow m=-\frac{5}{6}$. **Chọn B.**

Câu 12. Biết rằng đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua điểm $N(4;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $4x-y+1=0$. Tính tích $P=ab$.

A. $P=0$. **B.** $P=-\frac{1}{4}$. **C.** $P=\frac{1}{4}$. **D.** $P=-\frac{1}{2}$.

Lời giải. Đồ thị hàm số đi qua điểm $N(4;-1)$ nên $-1=a.4+b$. (1)

Mặt khác, đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng $y=4x+1$ nên $4.a=-1$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases}-1=a.4+b\\4a=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{1}{4}\\b=0\end{cases}\longrightarrow P=ab=0$. **Chọn A.**

Câu 13. Tìm a và b để đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua các điểm $A(-2;1),B(1;-2)$.

A. $a=-2$ và $b=-1$. **B.** $a=2$ và $b=1$.

C. $a=1$ và $b=1$. **D.** $a=-1$ và $b=-1$.

Lời giải. Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(-2;1),B(1;-2)$ nên $\begin{cases}1=a.(-2)+b\\-2=a.1+b\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-1\end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 14. Biết rằng đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua hai điểm $M(-1;3)$ và $N(1;2)$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=-\frac{1}{2}$. **B.** $S=3$. **C.** $S=2$. **D.** $S=\frac{5}{2}$.

Lời giải. Đồ thị hàm số đi qua các điểm $M(-1;3), N(1;2)$ nên $\begin{cases}3a+b=-1\\1a+b=2\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}a=-\frac{1}{2}\\b=\frac{5}{2}\end{cases} \longrightarrow S=a+b=2$. **Chọn C.**

Câu 15. Biết rằng đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua điểm $A(-3;1)$ và có hệ số góc bằng -2. Tính tích $P=ab$.

A. $P=-10$. **B.** $P=10$. **C.** $P=-7$. **D.** $P=-5$.

Lời giải. Hệ số góc bằng $-2 \longrightarrow a=-2$.

Đồ thị đi qua điểm $A(-3;1) \longrightarrow -3a+b=1 \xrightarrow{a=-2} b=-5$.

Vậy $P=ab=(-2).(-5)=10$. **Chọn B.**

Vấn đề 3. BÀI TOÁN TƯƠNG GIAO

Câu 16. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $y=\frac{1-3x}{4}$ và $y=-\left(\frac{x}{3}+1\right)$ là:

A. $(0;-1)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $\left(0;\frac{1}{4}\right)$. **D.** $(3;-2)$.

Lời giải. Phương trình hoành độ của hai đường thẳng là $\frac{1-3x}{4}=-\left(\frac{x}{3}+1\right)$

$\longleftrightarrow -\frac{5}{12}x+\frac{5}{4}=0 \longleftrightarrow x=3 \longrightarrow y=-2$. **Chọn D.**

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y=m^2x+2$ cắt đường thẳng $y=4x+3$.

A. $m=\pm 2$. **B.** $m\neq \pm 2$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $m\neq -2$.

Lời giải. Để đường thẳng $y=m^2x+2$ cắt đường thẳng $y=4x+3$ khi và chỉ khi $m^2\neq 4 \Leftrightarrow m\neq \pm 2$. **Chọn B.**

Câu 18. Cho hàm số $y=2x+m+1$. Tìm giá trị thực của m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.

A. $m=7$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-7$. **D.** $m=\pm 7$.

Lời giải. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $3 \longrightarrow A(3;0)$ thuộc đồ thị hàm số $\longrightarrow 0=2.3+m+1 \Leftrightarrow m=-7$. **Chọn C.**

Câu 19. Cho hàm số $y=2x+m+1$. Tìm giá trị thực của m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2.

A. $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-1$.

Lời giải. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-2 \longrightarrow B(0;-2)$ thuộc đồ thị hàm số $\longrightarrow -2=2.0+m+1 \Leftrightarrow m=-3$. **Chọn A.**

Câu 20. Tìm giá trị thực của m để hai đường thẳng $d: y = mx - 3$ và $\Delta: y + x = m$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung.

A. $m = -3$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = \pm 3$. **D.** $m = 0$.

Lời giải. Gọi $A(0;a)$ là giao điểm hai đường thẳng nằm trên trục tung.

$\longrightarrow \begin{cases} A \in d \\ A \in \Delta \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a = 0.m - 3 \\ a + 0 = m \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ m = -3 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hai đường thẳng $d: y = mx - 3$ và $\Delta: y + x = m$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

A. $m = \sqrt{3}$. **B.** $m = \pm\sqrt{3}$. **C.** $m = -\sqrt{3}$. **D.** $m = 3$.

Lời giải. Gọi $B(b;0)$ là giao điểm hai đường thẳng nằm trên trục hoành.

$\longrightarrow \begin{cases} B \in d \\ B \in \Delta \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 0 = m.b - 3 \\ 0 + b = m \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} b^2 = 3 \\ b = m \end{cases} \longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = m = \sqrt{3} \\ b = m = -\sqrt{3} \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 22. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Tìm a và b, biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $M(-1;1)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 5.

A. $a = \frac{1}{6}; b = \frac{5}{6}$. **B.** $a = -\frac{1}{6}; b = -\frac{5}{6}$. **C.** $a = \frac{1}{6}; b = -\frac{5}{6}$. **D.** $a = -\frac{1}{6}; b = \frac{5}{6}$.

Lời giải. Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(-1;1) \longrightarrow 1 = a.(-1) + b. \quad (1)$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là $5 \longrightarrow 0 = a.5 + b$. $\quad (2)$

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} 1 = a.(-1) + b \\ 0 = a.5 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = 1 \\ 5a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ b = \frac{5}{6} \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 23. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Tìm a và b, biết rằng đồ thị hàm số cắt đường thẳng $\Delta_1: y = 2x + 5$ tại điểm có hoành độ bằng -2 và cắt đường thẳng $\Delta_2: y = -3x + 4$ tại điểm có tung độ bằng -2.

A. $a = \frac{3}{4}; b = \frac{1}{2}$. **B.** $a = -\frac{3}{4}; b = \frac{1}{2}$. **C.** $a = -\frac{3}{4}; b = -\frac{1}{2}$. **D.** $a = \frac{3}{4}; b = -\frac{1}{2}$.

Lời giải. Với $x = -2$ thay vào $y = 2x + 5$, ta được $y = 1$.

Đồ thị hàm số cắt đường thẳng Δ_1 tại điểm có hoành độ bằng -2 nên đi qua điểm $A(-2;1)$. Do đó ta có $1 = a.(-2) + b. \quad (1)$

Với $y = -2$ thay vào $y = -3x + 4$, ta được $x = 2$.

Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = -3x + 4$ tại điểm có tung độ bằng -2 nên đi qua điểm $B(2;-2)$. Do đó ta có $-2 = a.2 + b. \quad (2)$

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} 1 = a.(-2) + b \\ -2 = a.2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + b = 1 \\ 2a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 24. Tìm giá trị thực của tham số m để ba đường thẳng $y = 2x$, $y = -x - 3$ và $y = mx + 5$ phân biệt và đồng qui.

A. $m = -7$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = 7$.

Lời giải. Tọa độ giao điểm A của hai đường thẳng $y=2x$ và $y=-x-3$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} y=2x \\ y=-x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases} \longrightarrow A(-1;-2)$.

Để ba đường thẳng đồng quy thì đường thẳng $y=mx+5$ đi qua A

$\longrightarrow -2=-1.m+5 \longrightarrow m=7$.

Thử lại, với $m=7$ thì ba đường thẳng $y=2x$; $y=-x-3$; $y=7x+5$ phân biệt và đồng quy. **Chọn D.**

Câu 25. Tìm giá trị thực của tham số m để ba đường thẳng $y=-5(x+1)$, $y=mx+3$ và $y=3x+m$ phân biệt và đồng qui.

A. $m\neq 3.$ **B.** $m=13.$ **C.** $m=-13.$ **D.** $m=3.$

Lời giải. Để ba đường thẳng phân biệt khi $m\neq 3$.

Tọa độ giao điểm B của hai đường thẳng $y=mx+3$ và $y=3x+m$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} y=mx+3 \\ y=3x+m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3+m \end{cases} \longrightarrow B(1;3+m)$.

Để ba đường thẳng đồng quy thì đường thẳng $y=-5(x+1)$ đi qua $B(1;3+m)$

$\longrightarrow 3+m=-5(1+1) \longrightarrow m=-13$. **Chọn C.**

Câu 26. Cho hàm số $y=x-1$ có đồ thị là đường Δ. Đường thẳng Δ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích S bằng bao nhiêu?

A. $S=\frac{1}{2}.$ **B.** $S=1.$ **C.** $S=2.$ **D.** $S=\frac{3}{2}.$

Lời giải. Giao điểm của Δ với trục hoành, trục tung lần lượt là $A(1;0), B(0;-1)$.

Ta có $OA=1,\ OB=1 \longrightarrow$ Diện tích tam giác OAB là $S_{OAB}=\frac{1}{2}.OA.OB=\frac{1}{2}$. **Chọn A.**

Câu 27. Tìm phương trình đường thẳng $d: y=ax+b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(2;3)$ và tạo với hai tia Ox, Oy một tam giác vuông cân.

A. $y=x+5.$ **B.** $y=-x+5.$ **C.** $y=-x-5.$ **D.** $y=x-5.$

Lời giải. Đường thẳng $d: y=ax+b$ đi qua điểm $I(2;3) \longrightarrow 3=2a+b \quad (*)$

Ta có $d\cap Ox=A\left(-\frac{b}{a};0\right)$; $d\cap Oy=B(0;b)$.

Suy ra $OA=\left|-\frac{b}{a}\right|=-\frac{b}{a}$ và $OB=|b|=b$ (do A, B thuộc hai tia Ox, Oy).

Tam giác OAB vuông tại O. Do đó, ΔOAB vuông cân khi $OA=OB$

$\longrightarrow -\frac{b}{a}=b \longrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ a=-1 \end{array}\right.$.

• Với $b=0 \longrightarrow A\equiv B\equiv O(0;0)$: không thỏa mãn.

• Với $a=-1$, kết hợp với $(*)$ ta được hệ phương trình $\begin{cases} 3=2a+b \\ a=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=5 \end{cases}$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $d: y=-x+5$.

Câu 28. Tìm phương trình đường thẳng $d: y=ax+b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(1;2)$ và tạo với hai tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4.

A. $y=-2x-4$. **B.** $y=-2x+4$. **C.** $y=2x-4$. **D.** $y=2x+4$.

Lời giải. Đường thẳng $d: y=ax+b$ đi qua điểm $I(1;2) \longrightarrow 2=a+b \quad (1)$

Ta có $d\cap Ox = A\left(-\frac{b}{a};0\right)$; $d\cap Oy = B(0;b)$.

Suy ra $OA=\left|-\frac{b}{a}\right|=-\frac{b}{a}$ và $OB=|b|=b$ (do A, B thuộc hai tia Ox, Oy).

Tam giác OAB vuông tại O. Do đó, ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}OA.OB=4$

$\longrightarrow \frac{1}{2}.\left(-\frac{b}{a}\right).b=4 \longrightarrow b^2=-8a \quad (2)$

Từ (1) suy ra $b=2-a$. Thay vào (2), ta được

$(2-a)^2=-8a \Leftrightarrow a^2-4a+4=-8a \Leftrightarrow a^2+4a+4=0 \Leftrightarrow a=-2$.

Với $a=-2 \longrightarrow b=4$. Vậy đường thẳng cần tìm là $d: y=-2x+4$. **Chọn B.**

Câu 29. Đường thẳng $d: \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$, $(a\neq 0; b\neq 0)$ đi qua điểm $M(-1;6)$ tạo với các tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S=a+2b$.

A. $S=-\frac{38}{3}$. **B.** $S=\frac{-5+7\sqrt{7}}{3}$. **C.** $S=12$. **D.** $S=6$.

Lời giải. Đường thẳng $d: \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ đi qua điểm $M(-1;6) \longrightarrow \frac{-1}{a}+\frac{6}{b}=1. \quad (1)$

Ta có $d\cap Ox = A(a;0)$; $d\cap Oy = B(0;b)$.

Suy ra $OA=|a|=a$ và $OB=|b|=b$ (do A, B thuộc hai tia Ox, Oy).

Tam giác OAB vuông tại O. Do đó, ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}OA.OB=4 \longrightarrow \frac{1}{2}ab=4. \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} -\frac{1}{a}+\frac{6}{b}=1 \\ \frac{1}{2}ab=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6a-b-ab=0 \\ ab=8 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6a-b-8=0 \\ ab=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=6a-8 \\ a(6a-8)-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=6a-8 \\ \left[\begin{array}{l} a=2 \\ a=-\frac{2}{3} \end{array}\right. \end{cases}.$$

Do A thuộc tia $Ox \longrightarrow a=2$. Khi đó, $b=6a-8=4$. Suy ra $a+2b=12$. **Chọn C.**

Câu 30. Tìm phương trình đường thẳng $d: y=ax+b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(1;3)$, cắt hai tia Ox, Oy và cách gốc tọa độ một khoảng bằng $\sqrt{5}$.

A. $y=2x+5$. **B.** $y=-2x-5$. **C.** $y=2x-5$. **D.** $y=-2x+5$.

Lời giải. Đường thẳng $d: y=ax+b$ đi qua điểm $I(1;3) \longrightarrow 3=a+b. \quad (1)$

Ta có $d\cap Ox = A\left(-\frac{b}{a};0\right)$; $d\cap Oy = B(0;b)$.

Suy ra $OA=\left|-\frac{b}{a}\right|=-\frac{b}{a}$ và $OB=|b|=b$ (do A, B thuộc hai tia Ox, Oy).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng d.

Xét tam giác AOB vuông tại O, có đường cao OH nên ta có

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{5}=\frac{a^2}{b^2}+\frac{1}{b^2} \Leftrightarrow b^2=5a^2+5. \quad (2)$$

Từ (1) suy ra $b=3-a$. Thay vào (2), ta được

$$(3-a)^2=5a^2+5 \Leftrightarrow 4a^2+6a-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-2 \\ a=\frac{1}{2} \end{array}\right. .$$

• Với $a=\frac{1}{2}$, suy ra $b=\frac{5}{2}$. Suy ra $OA=\left|-\frac{b}{a}\right|=-\frac{b}{a}=-5<0$: Loại.

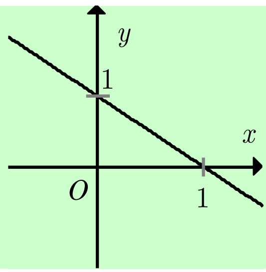
• Với $a=-2$, suy ra $b=5$. Vậy đường thẳng cần tìm là $d: y=-2x+5$. **Chọn D.**

Vấn đề 4. ĐỒ THỊ

Câu 31. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=x+1$. **B.** $y=-x+2$.

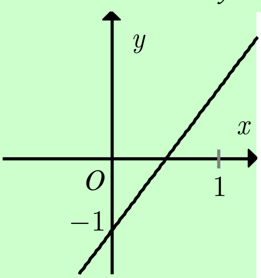
C. $y=2x+1$. **D.** $y=-x+1$.



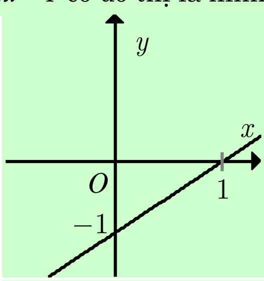
Lời giải. Đồ thị đi xuống từ trái sang phải $\longrightarrow$ hệ số góc $a<0$. Loại A, C.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;1)$. **Chọn D.**

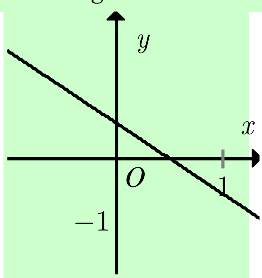
Câu 32. Hàm số $y=2x-1$ có đồ thị là hình nào trong bốn hình sau?



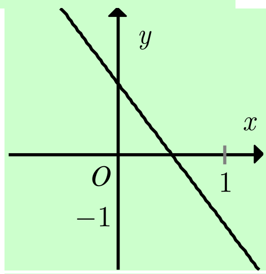
A.



B.



C.



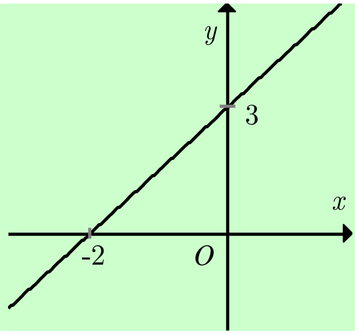
D.

Lời giải. Giao điểm của đồ thị hàm số $y=2x-1$ với trục hoành là $\left(\frac{1}{2};0\right)$. Loại B.

Giao điểm của đồ thị hàm số $y=2x-1$ với trục tung là $(0;-1)$. Chỉ có A thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 33. Cho hàm số $y=ax+b$ có đồ thị là hình bên. Tìm a và b.



A. $a=-2$ và $b=3$.

B. $a=-\frac{3}{2}$ và $b=2$.

C. $a=-3$ và $b=3$.

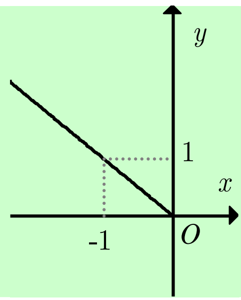
D. $a=\frac{3}{2}$ và $b=3$.

Lời giải. Đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua điểm $A(-2;0)$ suy ra $-2a+b=0$. (1)

Đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua điểm $B(0;3)$ suy ra $b=3$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $\begin{cases}-2a+b=0\\ b=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a=3\\ b=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\frac{3}{2}\\ b=3\end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 34. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=|x|$.

B. $y=-x$.

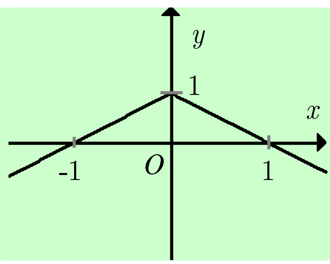
C. $y=|x|$ với $x<0$.

D. $y=-x$ với $x<0$.

Lời giải. Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn "bên trái" trục tung. Loại A, B.

Đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải $\longrightarrow a<0$. **Chọn D.**

Câu 35. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=|x|$.

B. $y=|x|+1$.

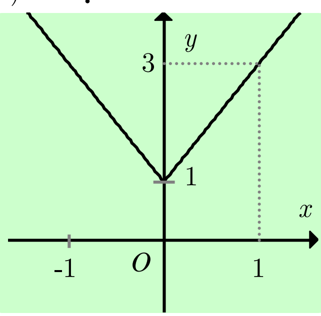
C. $y=1-|x|$.

D. $y=|x|-1$.

Lời giải. Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0;1)$. Loại A, D.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là $(-1;0)$ và $(1;0)$. **Chọn C.**

Câu 36. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=|x|+1$.

B. $y=2|x|+1$.

C. $y=|2x+1|$.

D. $y=|x+1|$.

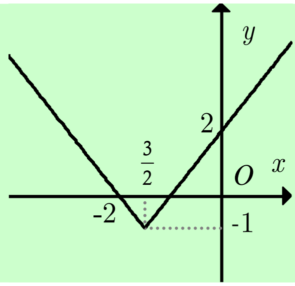
Lời giải. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;3)$. Loại A, D.

Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành. **Chọn B.**

Câu 37. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=|2x+3|$. **B.** $y=|2x+3|-1$.

C. $y=|x-2|$. **D.** $y=|3x+2|-1$.



Lời giải. Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0;2)$. Loại A và D.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là $(2;0)$. **Chọn B.**

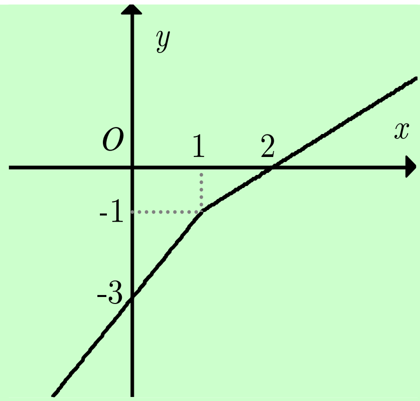
Câu 38. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $f(x)=\begin{cases}2x-3 & \text{khi } x\ge 1\\ x-2 & \text{khi } x<1\end{cases}$.

B. $f(x)=\begin{cases}2x-3 & \text{khi } x<1\\ x-2 & \text{khi } x\ge 1\end{cases}$.

C. $f(x)=\begin{cases}3x-4 & \text{khi } x\ge 1\\ -x & \text{khi } x<1\end{cases}$.

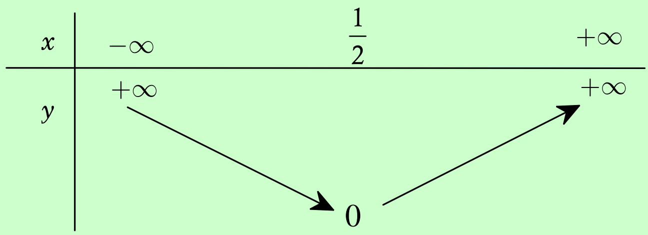
D. $y=|x-2|$.



Lời giải. Giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là $(2;0)$. Loại A, C.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0;-3)$. **Chọn B.**

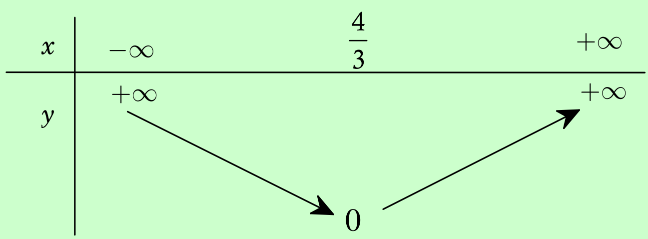
Câu 39. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?



A. $y=2x-1$. **B.** $y=|2x-1|$. **C.** $y=1-2x$. **D.** $y=-|2x-1|$.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên ta có: Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục Ox. **Chọn B.**

Câu 40. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?



A. $y=\left|4x+3\right|$. **B.** $y=\left|4x-3\right|$. **C.** $y=\left|-3x+4\right|$. **D.** $y=\left|3x+4\right|$.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên ta có: $x=\frac{4}{3}\longrightarrow y=0$. **Chọn C.**

O Bài 02

HÀM SỐ BẬC HAI

Hàm số bậc hai được cho bởi công thức

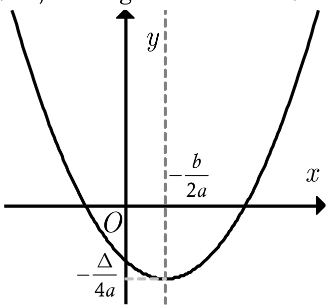
$$y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0).$$

Tập xác định của hàm số này là $\mathrm{D} = \mathbb{R}$.

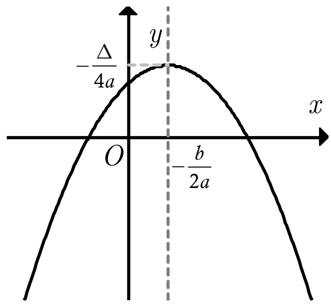
Hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ đã học ở lớp 9 là một trường hợp riêng của hàm số này.

I – ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

Đồ thị của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ là một đường parabol có đỉnh là điểm $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{2a}\right)$, có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\dfrac{b}{2a}$. Parabol này quay bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$.



$a > 0$



$a < 0$

Cách vẽ

Để vẽ parabol $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$, ta thực hiện các bước

1) Xác định tọa độ của đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

2) Vẽ trục đối xứng $x = -\dfrac{b}{2a}$.

3) Xác định tọa độ các giao điểm của parabol với trục tung (điểm $(0;c)$) và trục hoành (nếu có).

Xác định thêm một số điểm thuộc đồ thị, chẳng hạn điểm đối xứng với điểm $(0;c)$ qua trục đối xứng của parabol, để vẽ đồ thị chính xác hơn.

4) Vẽ parabol.

Khi vẽ parabol cần chú ý đến dấu của hệ số a ($a > 0$ bề lõm quay lên trên, $a < 0$ bề lõm quay xuống dưới).

II – CHIỀU BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

Dựa vào đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$, ta có bảng biến thiên của nó trong hai trường hợp $a > 0$ và $a < 0$ như sau

$\boxed{a > 0}$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{\Delta}{4a}$	$\nearrow$	$+\infty$

$\boxed{a<0}$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-\dfrac{\Delta}{4a}$	$\searrow$	$-\infty$

Từ đó, ta có định lí dưới đây

Định lí

- Nếu $a>0$ thì hàm số $y=ax^2+bx+c$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{b}{2a}\right)$; đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right)$.
- Nếu $a<0$ thì hàm số $y=ax^2+bx+c$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{b}{2a}\right)$; nghịch biến trên khoảng $\left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right)$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. KHẢO SÁT HÀM SỐ BẬC HAI

Câu 1. Hàm số $y=2x^2+4x-1$

A. đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

B. nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

C. đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

D. nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Lời giải. Hàm số $y=ax^2+bx+c$ với $a>0$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{b}{2a}\right)$.

Áp dụng: Ta có $-\dfrac{b}{2a}=-1$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **Chọn D.**

Câu 2. Cho hàm số $y=-x^2+4x+1$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$.

B. Trên khoảng $(-\infty;-1)$ hàm số đồng biến.

D. Trên khoảng $(3;+\infty)$ hàm số nghịch biến.

Lời giải. Hàm số $y=ax^2+bx+c$ với $a<0$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$, đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$.

Áp dụng: Ta có $-\frac{b}{2a}=2$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$. Do đó A đúng, B sai. **Chọn B.**

Đáp án C đúng vì hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$ thì đồng biến trên khoảng con $(-\infty;-1)$.

Đáp án D đúng vì hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ thì nghịch biến trên khoảng con $(3;+\infty)$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$?

A. $y=\sqrt{2}x^2+1$. **B.** $y=-\sqrt{2}x^2+1$. **C.** $y=\sqrt{2}(x+1)^2$. **D.** $y=-\sqrt{2}(x+1)^2$.

Lời giải. Xét đáp án A, ta có $-\frac{b}{2a}=0$ và có $a>0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **Chọn A.**

Câu 4. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$?

A. $y=\sqrt{2}x^2+1$. **B.** $y=-\sqrt{2}x^2+1$. **C.** $y=\sqrt{2}(x+1)^2$. **D.** $y=-\sqrt{2}(x+1)^2$.

Lời giải. Xét đáp án D, ta có $y=-\sqrt{2}(x+1)^2=-\sqrt{2}x^2-2\sqrt{2}x-\sqrt{2}$ nên $-\frac{b}{2a}=-1$ và có $a<0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **Chọn D.**

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ $(a>0)$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$.

C. Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x=-\frac{b}{2a}$.

D. Đồ thị của hàm số luôn cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Lời giải. Chọn D. Ví dụ trường hợp đồ thị có đỉnh nằm phía trên trục hoành thì khi đó đồ thị hàm số không cắt trục hoành. (hoặc xét phương trình hoành độ giao điểm $ax^2+bx+c=0$, phương trình này không phải lúc nào cũng có hai nghiệm).

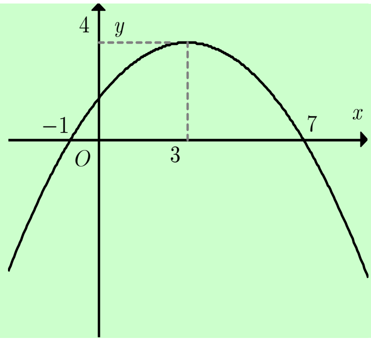
Câu 6. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị (P) như hình bên. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

B. (P) có đỉnh là $I(3;4)$.

C. (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

D. (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.



Lời giải. Đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $(-\infty;3)$ nên đồng biến trên khoảng đó. Do đó A đúng.

Dựa vào đồ thị ta thấy (P) có đỉnh có tọa độ $(3;4)$. Do đó B đúng.

(P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ -1 và 7. Do đó D đúng.

Dùng phương pháp loại trừ thì C là đáp án sai. **Chọn C.**

Cách giải tự luận. Gọi parabol cần tìm là $(P): y=ax^2+bx+c$. Do bề lõm quay xuống nên $a<0$. Vì (P) cắt trục hoành tại hai điểm $(-1;0)$ và $(7;0)$ nên $\begin{cases} a-b+c=0 \\ 49a+7b+c=0 \end{cases}$.

Mặt khác (P) có trục đối xứng $x=3 \to -\dfrac{b}{2a}=3 \Leftrightarrow -b=6a$ và đi qua điểm $(3;4)$ nên $9a+3a+c=4$. Kết hợp các điều kiện ta tìm được $a=-\dfrac{1}{4};\ b=\dfrac{3}{2};\ c=\dfrac{7}{4}$.

Vậy $y=-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{3}{2}x+\dfrac{7}{4} \longrightarrow (P)\cap Oy=\left(0;\dfrac{7}{4}\right)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị (P). Tọa độ đỉnh của (P) là

A. $I\left(-\dfrac{b}{2a};\dfrac{\Delta}{4a}\right)$. **B.** $I\left(-\dfrac{b}{a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$. **C.** $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$. **D.** $I\left(\dfrac{b}{2a};\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

Lời giải. Hoành độ đỉnh $x=-\dfrac{b}{2a}$; tung độ đỉnh $x=-\dfrac{\Delta}{4a}$. **Chọn C.**

Câu 8. Trục đối xứng của parabol $(P): y=2x^2+6x+3$ là

A. $x=-\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $x=-3$. **D.** $y=-3$.

Lời giải. Trục đối xứng $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{3}{2}$. **Chọn A.**

Câu 9. Trục đối xứng của parabol $(P): y=-2x^2+5x+3$ là

A. $x=-\dfrac{5}{2}$. **B.** $x=-\dfrac{5}{4}$. **C.** $x=\dfrac{5}{2}$. **D.** $x=\dfrac{5}{4}$.

Lời giải. Trục đối xứng $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{5}{4}$. **Chọn D.**

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị nhận đường $x=1$ làm trục đối xứng?

A. $y=-2x^2+4x+1$. **B.** $y=2x^2+4x-3$.

C. $y=2x^2-2x-1$. **D.** $y=x^2-x+2$.

Lời giải. Xét đáp án A, ta có $-\dfrac{b}{2a}=1$. **Chọn A.**

Câu 11. Đỉnh của parabol $(P): y=3x^2-2x+1$ là

A. $I\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $I\left(-\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$. **C.** $I\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$. **D.** $I\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Lời giải. Chọn D.

Câu 12. Hàm số nào sau đây có đồ thị là parabol có đỉnh $I(-1;3)$?

A. $y=2x^2-4x-3$. **B.** $y=2x^2-2x-1$.

C. $y=2x^2+4x+5$. **D.** $y=2x^2+x+2$.

Lời giải. Chọn C.

Câu 13. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của hàm số $y=x^2-4x+5$.

A. $y_{\min}=0$. **B.** $y_{\min}=-2$. **C.** $y_{\min}=2$. **D.** $y_{\min}=1$.

Lời giải. Ta có $y=x^2-4x+5=(x-2)^2+1\geq 1\longrightarrow y_{\min}=1$. **Chọn D.**

Cách 2. Hoành độ đỉnh $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{(-4)}{2}=2.$

Vì hệ số $a>0$ nên hàm số có giá trị nhỏ nhất $y_{\min}=y(2)=2^2-4.2+5=1.$

Câu 14. Tìm giá trị lớn nhất $y_{\max}$ của hàm số $y=-\sqrt{2}x^2+4x.$

A. $y_{\max}=\sqrt{2}$. **B.** $y_{\max}=2\sqrt{2}$. **C.** $y_{\max}=2$. **D.** $y_{\max}=4$.

Lời giải. Ta có $y=-\sqrt{2}x^2+4x=-\sqrt{2}\left(x-\sqrt{2}\right)^2+2\sqrt{2}\leq 2\sqrt{2}\longrightarrow y_{\max}=2\sqrt{2}.$ **Chọn B.**

Cách 2. Hoành độ đỉnh $x=-\dfrac{b}{2a}=\sqrt{2}.$

Vì hệ số $a<0$ nên hàm số có giá trị lớn nhất $y_{\max}=y\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}.$

Câu 15. Hàm số nào sau đây đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\dfrac{3}{4}$?

A. $y=4x^2-3x+1.$ **B.** $y=-x^2+\dfrac{3}{2}x+1.$

C. $y=-2x^2+3x+1.$ **D.** $y=x^2-\dfrac{3}{2}x+1.$

Lời giải. Ta cần có hệ số $a>0$ và $-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{3}{4}$. **Chọn D.**

Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=f(x)=x^2-3x$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $M=0;\ m=-\dfrac{9}{4}.$ **B.** $M=\dfrac{9}{4};\ m=0.$

C. $M=-2;\ m=-\dfrac{9}{4}.$ **D.** $M=2;\ m=-\dfrac{9}{4}.$

Lời giải. Hàm số $y=x^2-3x$ có $a=1>0$ nên bề lõm hướng lên.

Hoành độ đỉnh $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{3}{2}\in[0;2]$.

Vậy $\begin{cases} m=\min y=f\left(\dfrac{3}{2}\right)=-\dfrac{9}{4} \\ M=\max y=\max\{f(0),f(2)\}=\max\{0,-2\}=0 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=f(x)=-x^2-4x+3$ trên đoạn $[0;4]$.

A. $M=4;\ m=0$. **B.** $M=29;\ m=0$.

C. $M=3;\ m=-29$. **D.** $M=4;\ m=3$.

Lời giải. Hàm số $y=-x^2-4x+3$ có $a=-1<0$ nên bề lõm hướng xuống.

Hoành độ đỉnh $x=-\dfrac{b}{2a}=-2\notin[0;4]$.

Ta có $\begin{cases} f(4)=-29 \\ f(0)=3 \end{cases} \longrightarrow m=\min y=f(4)=-29;\ M=\max y=f(0)=3$. **Chọn C.**

Câu 18. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=f(x)=x^2-4x+3$ trên đoạn $[-2;1]$.

A. $M=15;\ m=1$. **B.** $M=15;\ m=0$. **C.** $M=1;\ m=-2$. **D.** $M=0;\ m=-15$.

Lời giải. Hàm số $y=x^2-4x+3$ có $a=1>0$ nên bề lõm hướng lên.

Hoành độ đỉnh $x=-\dfrac{b}{2a}=2\notin[-2;1]$.

Ta có $\begin{cases} f(-2)=15 \\ f(1)=0 \end{cases} \longrightarrow m=\min y=f(1)=0;\ M=\max y=f(-2)=15$. **Chọn B.**

Câu 19. Tìm giá trị thực của tham số $m\neq 0$ để hàm số $y=mx^2-2mx-3m-2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-1$.

Lời giải. Ta có $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{2m}{2m}=1$, suy ra $y=-4m-2$.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10 khi và chỉ khi $\begin{cases} a>0 \\ -\dfrac{\Delta}{4a}=-10 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ -4m-2=-10 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$. **Chọn B.**

Câu 20. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=4x^2-4mx+m^2-2m$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S.

A. $T=-\dfrac{3}{2}$. **B.** $T=\dfrac{1}{2}$. **C.** $T=\dfrac{9}{2}$. **D.** $T=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải. Parabol có hệ số theo x^2 là $4>0$ nên bề lõm hướng lên. Hoành độ đỉnh $x_I=\dfrac{m}{2}$.

• Nếu $\dfrac{m}{2}<-2\Leftrightarrow m<-4$ thì $x_I<-2<0$. Suy ra $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-2;0]$.

Do đó $\min\limits_{[-2;0]} f(x)=f(-2)=m^2+6m+16$.

Theo yêu cầu bài toán: $m^2+6m+16=3$ (vô nghiệm).

• Nếu $-2\le\dfrac{m}{2}\le 0\Leftrightarrow -4\le m\le 0$ thì $x_I\in[0;2]$. Suy ra $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại đỉnh.

Do đó $\min\limits_{[-2;0]} f(x)=f\left(\dfrac{m}{2}\right)=-2m$.

Theo yêu cầu bài toán $-2m=3\Leftrightarrow m=-\dfrac{3}{2}$ (thỏa mãn $-4\le m\le 0$).

• Nếu $\dfrac{m}{2}>0\Leftrightarrow m>0$ thì $x_I>0>-2$. Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-2;0]$.

Do đó $\min\limits_{[-2;0]} f(x)=f(0)=m^2-2m.$

Theo yêu cầu bài toán: $m^2-2m=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\,(\text{loại})\\ m=3\,(\text{thỏa mãn})\end{array}\right.$.

Vậy $S=\left\{-\dfrac{3}{2};3\right\}\longrightarrow T=-\dfrac{3}{2}+3=\dfrac{3}{2}$. **Chọn D.**

Vấn đề 2. ĐỒ THỊ

Câu 21. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^2+4x-9.$ **B.** $y=x^2-4x-1.$

C. $y=-x^2+4x.$ **D.** $y=x^2-4x-5.$

Lời giải. Nhận xét:

• Bảng biến thiên có bề lõm hướng lên. Loại đáp án A và C.

• Đỉnh của parabol có tọa độ là $(2;-5)$. Xét các đáp án, đáp án B thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 22. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{2}$		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\dfrac{3}{2}$	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=2x^2+2x-1.$ **B.** $y=2x^2+2x+2.$

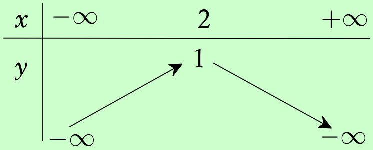
C. $y=-2x^2-2x.$ **D.** $y=-2x^2-2x+1.$

Lời giải. Nhận xét:

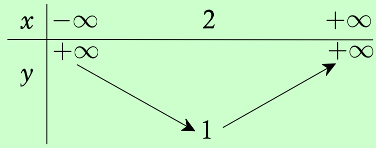
• Bảng biến thiên có bề lõm hướng xuống. Loại đáp án A và B.

• Đỉnh của parabol có tọa độ là $\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. Xét các đáp án, đáp án D thỏa mãn. **Chọn D.**

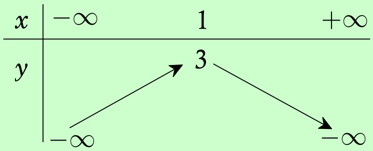
Câu 23. Bảng biến thiên của hàm số $y=-2x^2+4x+1$ là bảng nào trong các bảng được cho sau đây ?



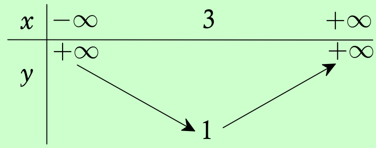
A.



B.



C.

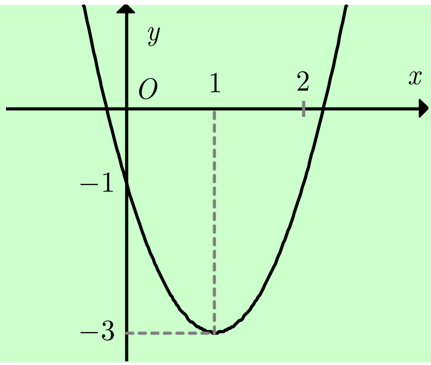


D.

Lời giải. Hệ số $a=-2<0 \longrightarrow$ bề lõm hướng xuống. Loại B, D.

Ta có $-\frac{b}{2a}=1$ và $y(1)=3$. Do đó C thỏa mãn.**Chọn C.**

Câu 24. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^2-4x-1$.

B. $y=2x^2-4x-1$.

C. $y=-2x^2-4x-1$.

D. $y=2x^2-4x+1$.

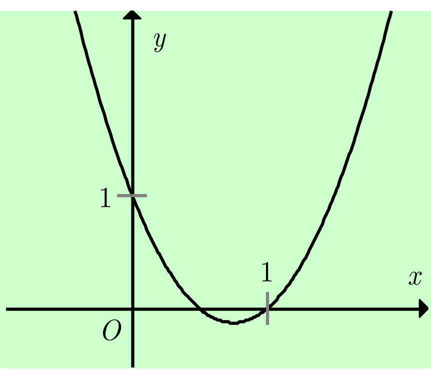
Lời giải. Nhận xét:

• Parabol có bề lõm hướng lên. Loại đáp án C.

• Đỉnh của parabol là điểm $(1;-3)$. Xét các đáp án A, B và D, đáp án B thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 25. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^2+3x-1$.

B. $y=-2x^2+3x-1$.

C. $y=2x^2-3x+1$.

D. $y=x^2-3x+1$.

Lời giải. Nhận xét:

• Parabol có bề lõm hường lên. Loại đáp án A, B.

• Parabol cắt trục hoành tại điểm $(1;0)$. Xét các đáp án C và D, đáp án C thỏa mãn.

Chọn C.

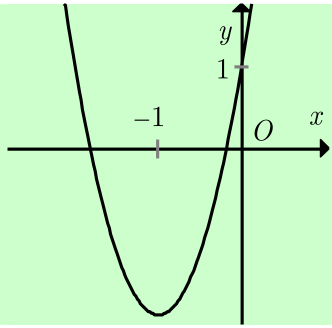
Câu 26. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=-3x^2-6x$.

B. $y=3x^2+6x+1$.

C. $y=x^2+2x+1$.

D. $y=-x^2-2x+1$.



Lời giải. Nhận xét:

• Parabol có bề lõm hướng lên. Loại đáp án A, D.

• Parabol cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ âm. Xét các đáp án B và C, đáp án B thỏa mãn. **Chọn B.**

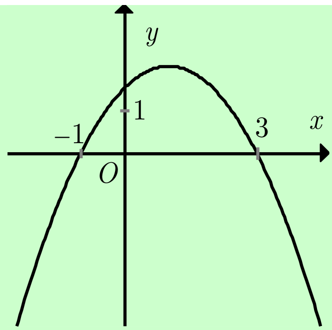
Câu 27. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=x^2-2x+\frac{3}{2}$.

B. $y=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{5}{2}$.

C. $y=x^2-2x$.

D. $y=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}$.



Lời giải. Nhận xét:

• Parabol có bề lõm hướng xuống. Loại đáp án A, C.

• Parabol cắt trục hoành tại 2 điểm $(3;0)$ và $(-1;0)$. Xét các đáp án B và D, đáp án D thỏa mãn. **Chọn D.**

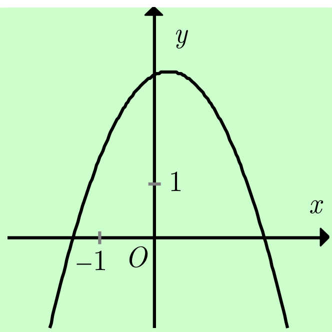
Câu 28. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=-2x^2+x-1$.

B. $y=-2x^2+x+3$.

C. $y=x^2+x+3$.

D. $y=-x^2+\frac{1}{2}x+3$.



Lời giải. Bề lõm quay xuống nên loại C.

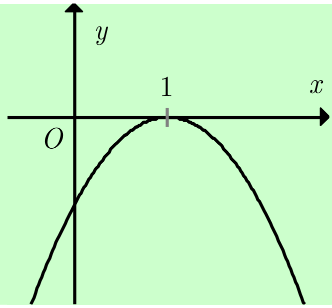
Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt nên loại A. Vì phương trình hoành độ giao điểm của đáp án A là $-2x^2+x-1=0$ vô nghiệm.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đáp án B, ta có $-2x^2+x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị hàm số không cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1. Do đó đáp án B không phù hợp.

Dùng phương pháp loại trừ, thì D là đáp án đúng. **Chọn D.**

Câu 29. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^2+2x$.

B. $y=-x^2+2x-1$.

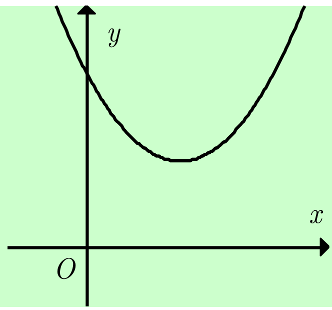
C. $y=x^2-2x$.

D. $y=x^2-2x+1$.

Lời giải. Bề lõm quay xuống nên loại C, D.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$ nên chỉ có B phù hợp. **Chọn B.**

Câu 30. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $a>0,\ b<0,\ c<0$.

B. $a>0,\ b<0,\ c>0$.

C. $a>0,\ b>0,\ c>0$.

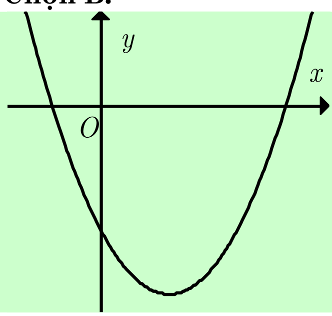
D. $a<0,\ b<0,\ c>0$.

Lời giải. Bề lõm hướng lên nên $a>0$.

Hoành độ đỉnh parabol $x=-\dfrac{b}{2a}>0$ nên $b<0$.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c>0$. **Chọn B.**

Câu 31. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $a>0,\ b<0,\ c<0$.

B. $a>0,\ b<0,\ c>0$.

C. $a>0,\ b>0,\ c>0$.

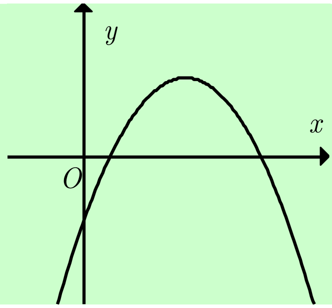
D. $a<0,\ b<0,\ c>0$.

Lời giải. Bề lõm hướng lên nên $a>0$.

Hoành độ đỉnh parabol $x=-\dfrac{b}{2a}>0$ nên $b<0$.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$. **Chọn A.**

Câu 32. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $a > 0,\ b > 0,\ c < 0.$

B. $a > 0,\ b < 0,\ c > 0.$

C. $a < 0,\ b > 0,\ c < 0.$

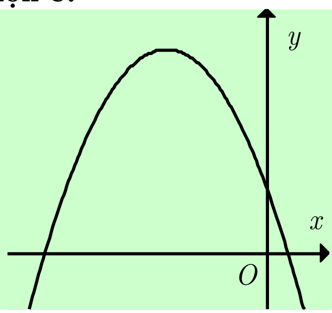
D. $a < 0,\ b > 0,\ c > 0.$

Lời giải. Bề lõm hướng xuống nên $a < 0.$

Hoành độ đỉnh parabol $x = -\dfrac{b}{2a} > 0$ nên $b > 0.$

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0.$ **Chọn C.**

Câu 33. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $a > 0,\ b < 0,\ c > 0.$

B. $a < 0,\ b < 0,\ c < 0.$

C. $a < 0,\ b > 0,\ c > 0.$

D. $a < 0,\ b < 0,\ c > 0.$

Lời giải. Bề lõm hướng xuống nên $a < 0.$

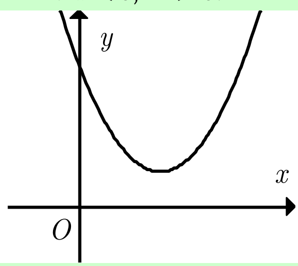
Hoành độ đỉnh parabol $x = -\dfrac{b}{2a} < 0$ nên $b < 0.$

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0.$ **Chọn D.**

Câu 34. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c\ \ (a \neq 0)$. Xét dấu hệ số a và biệt thức Δ khi (P) hoàn toàn nằm phía trên trục hoành.

A. $a > 0,\ \Delta > 0.$ **B.** $a > 0,\ \Delta < 0.$ **C.** $a < 0,\ \Delta < 0.$ **D.** $a < 0,\ \Delta > 0.$

Lời giải. (P) hoàn toàn nằm phía trên trục hoành khi bề lõm hướng lên và đỉnh có tung độ dương (hình vẽ)



$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ -\dfrac{\Delta}{4a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}.$ **Chọn B.**

Câu 35. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c\ \ (a \neq 0)$. Xét dấu hệ số a và biệt thức Δ khi cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và có đỉnh nằm phía trên trục hoành.

A. $a > 0,\ \Delta > 0.$ **B.** $a > 0,\ \Delta < 0.$ **C.** $a < 0,\ \Delta < 0.$ **D.** $a < 0,\ \Delta > 0.$

Lời giải. (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt khi $\Delta > 0.$

Đỉnh của (P) nằm phí trên trục hoành khi $-\dfrac{\Delta}{4a} > 0 \xrightarrow{\Delta > 0} a < 0.$ **Chọn D.**

Vấn đề 3. XÁC ĐỊNH HÀM SỐ BẬC HAI

Câu 36. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2,$ biết rằng parabol cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng $2.$

A. $y = x^2 + 3x - 2.$ **B.** $y = -x^2 + x - 2.$

C. $y = -x^2 + 3x - 3.$ **D.** $y = -x^2 + 3x - 2.$

Lời giải. Vì (P) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 2 nên điểm $A(2;0)$ thuộc (P). Thay $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ vào (P), ta được $0 = 4a + 6 - 2 \Leftrightarrow a = -1$.

Vậy $(P): y = -x^2 + 3x - 2$. **Chọn D.**

Câu 37. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2,$ biết rằng parabol có trục đối xứng $x = -3.$

A. $y = x^2 + 3x - 2.$ **B.** $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 2.$

C. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 3.$ **D.** $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2.$

Lời giải. Vì (P) có trục đối xứng $x = -3$ nên $-\frac{b}{2a} = -3 \Leftrightarrow -\frac{3}{2a} = -3 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.

Vậy $(P): y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$. **Chọn D.**

Câu 38. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2,$ biết rằng parabol có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{11}{4}\right).$

A. $y = x^2 + 3x - 2.$ **B.** $y = 3x^2 + x - 4.$

C. $y = 3x^2 + x - 1.$ **D.** $y = 3x^2 + 3x - 2.$

Lời giải. Vì (P) có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{11}{4}\right)$ nên ta có $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \\ -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{11}{4} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = a \\ \Delta = 11a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = a \\ 9 + 8a = 11a \end{cases} \Leftrightarrow a = 3$. Vậy $(P): y = 3x^2 + 3x - 2$. **Chọn D.**

Câu 39. Tìm giá trị thực của tham số m để parabol $(P): y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ $(m \neq 0)$ có đỉnh thuộc đường thẳng $y = 3x - 1$.

A. $m = 1.$ **B.** $m = -1.$ **C.** $m = -6.$ **D.** $m = 6.$

Lời giải. Hoành độ đỉnh của (P) là $x = -\frac{b}{2a} = \frac{2m}{2m} = 1$.

Suy ra tung độ đỉnh $y = -4m - 2$. Do đó tọa độ đỉnh của (P) là $I(1; -4m - 2)$.

Theo giả thiết, đỉnh I thuộc đường thẳng $y = 3x - 1$ nên $-4m - 2 = 3.1 - 1 \Leftrightarrow m = -1.$

Chọn B.

Câu 40. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB.$ Tính tổng T các phần tử của $S.$

A. $T=3.$ **B.** $T=-15.$ **C.** $T=\frac{3}{2}.$ **D.** $T=-9.$

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-4x+m=0.$ $(*)$

Để (P) cắt Ox tại hai điểm phân biệt A, B thì $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta=4-m>0 \Leftrightarrow m<4.$

Theo giả thiết $OA=3OB \longrightarrow |x_A|=3|x_B| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_A=3x_B \\ x_A=-3x_B \end{array}\right.$.

- TH1: $x_A=3x_B \xrightarrow{\text{Viet}} \begin{cases} x_A=3x_B \\ x_A+x_B=4 \\ x_A.x_B=m \end{cases} \longrightarrow m=x_A.x_B=3.$
- TH2: $x_A=-3x_B \xrightarrow{\text{Viet}} \begin{cases} x_A=-3x_B \\ x_A+x_B=4 \\ x_A.x_B=m \end{cases} \longrightarrow m=x_A.x_B=12$: không thỏa mãn $(*)$.

Do đó $S=\{3\}$. **Chọn A.**

Câu 41. Xác định parabol $(P): y=ax^2+bx+2$, biết rằng (P) đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$.

A. $y=2x^2+x+2.$ **B.** $y=x^2+x+2.$

C. $y=-2x^2+x+2.$ **D.** $y=-2x^2-x+2.$

Lời giải. Vì (P) đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ nên ta có hệ

$\begin{cases} a+b+2=5 \\ 4a-2b+2=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$. Vậy $(P): y=2x^2+x+2$. **Chọn A.**

Câu 42. Xác định parabol $(P): y=2x^2+bx+c$, biết rằng (P) có đỉnh $I(-1;-2)$.

A. $y=2x^2-4x+4.$ **B.** $y=2x^2-4x.$

C. $y=2x^2-3x+4.$ **D.** $y=2x^2+4x.$

Lời giải. Trục đối xứng $-\frac{b}{2a}=-1 \longrightarrow b=4.$

Do $I\in(P) \longrightarrow -2=2.(-1)^2-4+c \longrightarrow c=0.$

Vậy $(P): y=2x^2+4x$. **Chọn D.**

Câu 43. Xác định parabol $(P): y=2x^2+bx+c$, biết rằng (P) đi qua điểm $M(0;4)$ và có trục đối xứng $x=1.$

A. $y=2x^2-4x+4.$ **B.** $y=2x^2+4x-3.$

C. $y=2x^2-3x+4.$ **D.** $y=2x^2+x+4.$

Lời giải. Ta có $M\in(P) \longrightarrow c=4.$

Trục đối xứng $-\frac{b}{2a}=1 \longrightarrow b=-4.$

Vậy $(P): y=2x^2-4x+4$. **Chọn A.**

Câu 44. Biết rằng $(P): y=ax^2-4x+c$ có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2;1)$. Tính tổng $S=a+c$.

A. $S=5.$ **B.** $S=-5.$ **C.** $S=4.$ **D.** $S=1.$

Lời giải. Vì (P) có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua $M(-2;1)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=-3\\4a+8+c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=6a\\4a+c=-7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{2}{3}\\c=-\dfrac{13}{3}\end{cases}\longrightarrow S=a+c=-5.$$ **Chọn B.**

Câu 45. Biết rằng $(P): y=ax^2+bx+2\ \ (a>1)$ đi qua điểm $M(-1;6)$ và có tung độ đỉnh bằng $-\dfrac{1}{4}$. Tính tích $P=ab.$

A. $P=-3.$ **B.** $P=-2.$ **C.** $P=192.$ **D.** $P=28.$

Lời giải. Vì (P) đi qua điểm $M(-1;6)$ và có tung độ đỉnh bằng $-\dfrac{1}{4}$ nên ta có hệ

$$\begin{cases}a-b+2=6\\-\dfrac{\Delta}{4a}=-\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-b=4\\b^2-4ac=a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4+b\\b^2-8(4+b)=4+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4+b\\b^2-9b-36=0\end{cases}$$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=16\\b=12\end{cases}$ (thỏa mãn $a>1$) hoặc $\begin{cases}a=1\\b=-3\end{cases}$ (loại).

Suy ra $P=ab=16.12=192.$ **Chọn C.**

Câu 46. Xác định parabol $(P): y=ax^2+bx+c,$ biết rằng (P) đi qua ba điểm $A(1;1),$ $B(-1;-3)$ và $O(0;0)$.

A. $y=x^2+2x.$ **B.** $y=-x^2-2x.$ **C.** $y=-x^2+2x.$ **D.** $y=x^2-2x.$

Lời giải. Vì (P) đi qua ba điểm $A(1;1),\ B(-1;-3),\ O(0;0)$ nên có hệ

$$\begin{cases}a+b+c=1\\a-b+c=-3\\c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=2\\c=0\end{cases}$$. Vậy $(P): y=-x^2+2x$. **Chọn C.**

Câu 47. Xác định parabol $(P): y=ax^2+bx+c,$ biết rằng (P) cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ lần lượt là -1 và 2, cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng -2.

A. $y=-2x^2+x-2.$ **B.** $y=-x^2+x-2.$

C. $y=\dfrac{1}{2}x^2+x-2.$ **D.** $y=x^2-x-2.$

Lời giải. Gọi A và B là hai giao điểm cuả (P) với trục Ox có hoành độ lần lượt là -1 và 2. Suy ra $A(-1;0),\ B(2;0)$.

Gọi C là giao điểm của (P) với trục Oy có tung độ bằng -2. Suy ra $C(0;-2)$.

Theo giả thiết, (P) đi qua ba điểm $A,\ B,\ C$ nên ta có $\begin{cases}a-b+c=0\\4a+2b+c=0\\c=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-1\\c=-2\end{cases}$.

Vậy $(P): y=x^2-x-2$. **Chọn D.**

Câu 48. Xác định parabol $(P): y=ax^2+bx+c,$ biết rằng (P) có đỉnh $I(2;-1)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3.

A. $y=x^2-2x-3.$ **B.** $y=-\dfrac{1}{2}x^2-2x-3.$

C. $y=\frac{1}{2}x^2-2x-3.$ **D.** $y=-x^2-2x-3.$

Lời giải. Vì (P) có đỉnh $I(2;-1)$ nên ta có $\begin{cases}-\frac{b}{2a}=2\\-\frac{\Delta}{4a}=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=4a\\b^2-4ac=4a\end{cases}$. (1)

Gọi A là giao điểm của (P) với Oy tại điểm có tung độ bằng -3. Suy ra $A(0;-3)$.

Theo giả thiết, $A(0;-3)$ thuộc (P) nên $a.0+b.0+c=-3\Leftrightarrow c=-3$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases}b=4a\\16a^2+8a=0\\c=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\text{ (loại)}\\b=0\\c=-3\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a=-\frac{1}{2}\\b=-2\\c=-3\end{cases}$.

Vậy $(P): y=-\frac{1}{2}x^2-2x-3$. **Chọn B.**

Câu 49. Biết rằng $(P): y=ax^2+bx+c$, đi qua điểm $A(2;3)$ và có đỉnh $I(1;2)$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-6.$ **B.** $S=6.$ **C.** $S=-2.$ **D.** $S=2.$

Lời giải. Vì (P) đi qua điểm $A(2;3)$ nên $4a+2b+c=3$. (1)

Và (P) có đỉnh $I(1;2)$ nên $\begin{cases}-\frac{b}{2a}=1\\a+b+c=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-b=2a\\a+b+c=2\end{cases}$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases}4a+2b+c=3\\-b=2a\\a+b+c=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=3\\b=-2\\a=1\end{cases}\longrightarrow S=a+b+c=2.$ **Chọn D.**

Câu 50. Xác định parabol $(P): y=ax^2+bx+c$, biết rằng (P) có đỉnh nằm trên trục hoành và đi qua hai điểm $M(0;1)$, $N(2;1)$.

A. $y=x^2-2x+1.$ **B.** $y=x^2-3x+1.$

C. $y=x^2+2x+1.$ **D.** $y=x^2+3x+1.$

Lời giải. Vì (P) có đỉnh nằm trên trục hoành nên $-\frac{\Delta}{4a}=0\Leftrightarrow\Delta=0\Leftrightarrow b^2-4a=0$.

Hơn nữa, (P) đi qua hai điểm $M(0;1)$, $N(2;1)$ nên ta có $\begin{cases}c=1\\4a+2b+c=1\end{cases}$.

Từ đó ta có hệ $\begin{cases}b^2-4a=0\\c=1\\4a+2b+c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b^2-4a=0\\c=1\\4a+2b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\text{ (loại)}\\b=0\\c=1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a=1\\b=-2\\c=1\end{cases}$.

Vậy $(P): y=x^2-2x+1$. **Chọn A.**

Câu 51. Xác định parabol $(P): y=ax^2+bx+c$, biết rằng (P) đi qua $M(-5;6)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $a=6b.$ **B.** $25a-5b=8.$ **C.** $b=-6a.$ **D.** $25a+5b=8.$

Lời giải. Vì (P) qua $M(-5;6)$ nên ta có $6=25a-5b+c$. (1)

Lại có, (P) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng -2 nên $-2=a.0+b.0+c\Leftrightarrow c=-2$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $25a-5b=8$. **Chọn B.**

Câu 52. Biết rằng hàm số $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ đạt cực tiểu bằng 4 tại $x=2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$. Tính tích $P=abc$.

A. $P=-6$. **B.** $P=6$. **C.** $P=-3$. **D.** $P=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải. Hàm số đạt cực tiểu bằng 4 tại $x=2$ nên $\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=2\\-\dfrac{\Delta}{4a}=4\end{cases}$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$ nên ta có $c=6$.

Từ đó ta có hệ $\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=2\\-\dfrac{\Delta}{4a}=4\\c=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-4a\\b^2-4ac=-16a\\c=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-4a\\16a^2-8a=0\\c=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=-2\\c=6\end{cases}$

$\longrightarrow P=abc=-6$. **Chọn A.**

Câu 53. Biết rằng hàm số $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ đạt cực đại bằng 3 tại $x=2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-1)$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-1$. **B.** $S=4$. **C.** $S=4$. **D.** $S=2$.

Lời giải. Từ giả thiết ta có hệ $\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=2\\-\dfrac{\Delta}{4a}=3\\c=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-4a\\b^2-4ac=-12a\\c=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-4a\\16a^2+16a=0\\c=-1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\,(\text{loại})\\b=0\\c=-1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a=-1\\b=4\\c=-1\end{cases}\longrightarrow S=a+b+c=2$. **Chọn D.**

Câu 54. Biết rằng hàm số $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 5 tại $x=-2$ và có đồ thị đi qua điểm $M(1;-1)$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-1$. **B.** $S=1$. **C.** $S=10$. **D.** $S=\dfrac{17}{3}$.

Lời giải. Từ giả thiết, ta có hệ $\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=-2\\4a-2b+c=5\\a+b+c=-1\end{cases}\Leftrightarrow a=-\dfrac{2}{3};\ b=-\dfrac{8}{3};\ c=\dfrac{7}{3}$

$\longrightarrow S=a+b+c=-1$. **Chọn A.**

Câu 55. Biết rằng hàm số $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$ tại $x=\frac{3}{2}$ và tổng lập phương các nghiệm của phương trình $y=0$ bằng 9. Tính $P=abc$.

A. $P=0$. **B.** $P=6$. **C.** $P=7$. **D.** $P=-6$.

Lời giải. Hàm số $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$ tại $x=\frac{3}{2}$ nên ta có $-\frac{b}{2a}=\frac{3}{2}$ và điểm $\left(\frac{3}{2};\frac{1}{4}\right)$ thuộc đồ thị $\Rightarrow \frac{9}{4}a+\frac{3}{2}b+c=\frac{1}{4}$.

Gọi $x_1,\ x_2$ là hai nghiệm của phương trình $y=0$. Theo giả thiết: $x_1^3+x_2^3=9$

$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=9 \xrightarrow{\text{Viet}} \left(-\frac{b}{a}\right)^3-3\left(-\frac{b}{a}\right)\left(\frac{c}{a}\right)=9$.

Từ đó ta có hệ $\begin{cases}-\frac{b}{2a}=\frac{3}{2}\\ \frac{9}{4}a+\frac{3}{2}b+c=\frac{1}{4}\\ \left(-\frac{b}{a}\right)^3-3\left(-\frac{b}{a}\right)\left(\frac{c}{a}\right)=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=-3a\\ \frac{9}{4}a+\frac{3}{2}b+c=\frac{1}{4}\\ \frac{c}{a}=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\ b=3\\ c=-2\end{cases} \longrightarrow P=abc=6.$

Chọn B.

Vấn đề 4. BÀI TOÁN TƯƠNG GIAO

Câu 56. Tọa độ giao điểm của $(P): y=x^2-4x$ với đường thẳng $d: y=-x-2$ là

A. $M(-1;-1), N(-2;0)$. **B.** $M(1;-3), N(2;-4)$.

C. $M(0;-2), N(2;-4)$. **D.** $M(-3;1), N(3;-5)$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2-4x=-x-2$

$\longleftrightarrow x^2-3x+2=0 \longleftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x=1 & \longrightarrow y=-3\\ x=2 & \longrightarrow y=-4\end{array}\right.$.

Vậy tọa độ giao điểm là $M(1;-3), N(2;-4)$. **Chọn B.**

Câu 57. Gọi $A(a;b)$ và $B(c;d)$ là tọa độ giao điểm của $(P): y=2x-x^2$ và $\Delta: y=3x-6$. Giá trị $b+d$ bằng :

A. 7. **B.** -7. **C.** 15. **D.** -15.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và Δ là $2x-x^2=3x-6$

$\longleftrightarrow x^2+x-6=0 \longleftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x=2 & \longrightarrow y=0\\ x=-3 & \longrightarrow y=-15\end{array}\right. \longrightarrow \begin{cases}b=0\\ d=-15\end{cases} \longrightarrow b+d=-15$.

Chọn D.

Câu 58. Đường thẳng nào sau đây tiếp xúc với $(P): y=2x^2-5x+3$?

A. $y=x+2$. **B.** $y=-x-1$. **C.** $y=x+3$. **D.** $y=-x+1$.

Lời giải. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Phương trình hoành độ giao điểm là $2x^2-5x+3=x+2$

$\longleftrightarrow 2x^2-6x+1=0 \longleftrightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{7}}{2}$. Vậy A sai.

• Đáp án B. Phương trình hoành độ giao điểm là $2x^2-5x+3=-x-1$

$\longleftrightarrow 2x^2-4x+4=0$ (vô nghiệm). Vậy B sai.

• Đáp án C. Phương trình hoành độ giao điểm là $2x^2-5x+3=x+3$

$\longleftrightarrow 2x^2-6x=0 \longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$. Vậy C sai.

• Đáp án D. Phương trình hoành độ giao điểm là $2x^2-5x+3=-x+1$

$\longleftrightarrow 2x^2-4x+2=0 \longleftrightarrow x=1$. Vậy D đúng.

Chọn D.

Câu 59. Parabol $(P): y=x^2+4x+4$ có số điểm chung với trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành là $x^2+4x+4=0$

$\longleftrightarrow (x+2)^2=0 \longleftrightarrow x=-2$.

Vậy (P) có 1 điểm chung với trục hoành. **Chọn B.**

Câu 60. Giao điểm của hai parabol $y=x^2-4$ và $y=14-x^2$ là:

A. $(2;10)$ và $(-2;10)$. **B.** $(\sqrt{14};10)$ và $(-14;10)$.

C. $(3;5)$ và $(-3;5)$. **D.** $(\sqrt{18};14)$ và $(-\sqrt{18};14)$.

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol là $x^2-4=14-x^2$

$\longleftrightarrow 2x^2-18=0 \longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \longrightarrow y=5 \\ x=3 \longrightarrow y=5 \end{array}\right.$.

Vậy có hai giao điểm là $(-3;5)$ và $(3;5)$. **Chọn C.**

Câu 61. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số b để đồ thị hàm số $y=-3x^2+bx-3$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

A. $\left[\begin{array}{l} b<-6 \\ b>6 \end{array}\right.$. **B.** $-6<b<6$. **C.** $\left[\begin{array}{l} b<-3 \\ b>3 \end{array}\right.$. **D.** $-3<b<3$.

Lời giải: Xét phương trình hoành độ giao điểm: $-2x^2+bx-3=0$. (1)

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta=b^2-36>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b<-6 \\ b>6 \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $-2x^2-4x+3=m$ có nghiệm.

A. $1\le m\le 5$. **B.** $-4\le m\le 0$. **C.** $0\le m\le 4$. **D.** $m\le 5$.

Lời giải. Xét phương trình: $-2x^2-4x+3-m=0$. (1)

Để phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta'\ge 0 \Leftrightarrow -2m+10\ge 0 \Leftrightarrow m\le 5$. **Chọn D.**

Câu 63. Cho parabol $(P): y=x^2+x+2$ và đường thẳng $d: y=ax+1$. Tìm tất cả các giá trị thực của a để (P) tiếp xúc với d.

A. $a=-1$; $a=3$. **B.** $a=2$. **C.** $a=1$; $a=-3$. **D.** Không tồn tại a.

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với d là $x^2+x+2=ax+1$

$\longleftrightarrow x^2+(1-a)x+1=0. \quad (1)$

Để (P) tiếp xúc với d khi và chỉ khi (1) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta=(1-a)^2-4=0$

$\Leftrightarrow a^2-2a-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=3 \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 64. Cho parabol $(P): y=x^2-2x+m-1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol không cắt Ox.

A. $m<2.$ **B.** $m>2.$ **C.** $m\geq 2.$ **D.** $m\leq 2.$

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là $x^2-2x+m-1=0$

$\longleftrightarrow (x-1)^2=2-m. \quad (1)$

Để parabol không cắt Ox khi và chỉ khi (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow 2-m<0 \Leftrightarrow m>2$. **Chọn B.**

Câu 65. Cho parabol $(P): y=x^2-2x+m-1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

A. $1<m<2.$ **B.** $m<2.$ **C.** $m>2.$ **D.** $m<1.$

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là

$$x^2-2x+m-1=0. \quad (1)$$

Để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=2-m>0 \\ S=2>0 \\ P=m-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ m>1 \end{cases} \Leftrightarrow 1<m<2$. **Chọn A.**

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=mx$ cắt đồ thị hàm số $(P): y=x^3-6x^2+9x$ tại ba điểm phân biệt.

A. $m>0$ và $m\neq 9.$ **B.** $m>0.$

C. $m<18$ và $m\neq 9.$ **D.** $m>18.$

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với d là $x^3-6x^2+9x=mx$

$\longleftrightarrow x\left(x^2-6x+9-m\right)=0 \longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-6x+9-m=0. \quad (1) \end{array}\right.$

Để (P) cắt d tại ba điểm phân biệt khi và chỉ (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ 0^2-6.0+9-m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 9-m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m\neq 9 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 67. Tìm giá trị thực của m để phương trình $\left|2x^2-3x+2\right|=5m-8x-2x^2$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=\frac{7}{40}.$ **B.** $m=\frac{2}{5}.$ **C.** $m=\frac{107}{80}.$ **D.** $m=\frac{7}{80}.$

Lời giải. Ta thấy $2x^2-3x+2>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên $\left|2x^2-3x+2\right|=2x^2-3x+2$.

Do đó phương trình đã cho tương đương với $4x^2+5x+2-5m=0. \quad (*)$

Khi đó để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow 25 - 16(2 - 5m) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{7}{80}$. **Chọn D.**

Câu 68. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^4 - 2x^2 + 3 - m = 0$ có nghiệm.

A. $m \geq 3$. **B.** $m \geq -3$. **C.** $m \geq 2$. **D.** $m \geq -2$.

Lời giải. Đặt $t = x^2 \quad (t \geq 0)$.

Khi đó, phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 2t + 3 - m = 0. \quad (*)$

Để phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $(*)$ có nghiệm không âm.

• Phương trình $(*)$ vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$.

• Phương trình $(*)$ có 2 nghiệm âm khi và chỉ khi $\begin{cases} \Delta' = m - 2 \geq 0 \\ S = 2 < 0 \\ P = 3 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Do đó, phương trình $(*)$ có nghiệm không âm khi và chỉ khi $m \geq -2$. **Chọn D.**

Câu 69. Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{9}{2}$.

A. $m = 7$. **B.** $m = -7$. **C.** $m = -1, m = -7$. **D.** $m = -1$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2 - 4x + 3 = mx + 3$

$\longleftrightarrow x(x - (m+4)) = 0 \longleftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m + 4 \end{cases}$.

Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi $4 + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4$.

Với $x = 0 \Rightarrow y = 3 \longrightarrow A(0;3) \in Oy$.

Với $x = 4 + m \Rightarrow y = m^2 + 4m + 3 \longrightarrow B(4 + m; m^2 + 4m + 3)$.

Gọi H là hình chiếu của B lên OA. Suy ra $BH = |x_B| = |4 + m|$.

Theo giả thiết bài toán, ta có $S_{\Delta OAB} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} OA.BH = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}.3.|m+4| = \frac{9}{2}$

$\Leftrightarrow |m+4| = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = -7 \end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 70. Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm giá trị thực của tham số m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 8$.

A. $m = 2$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 4$. **D.** Không có m.

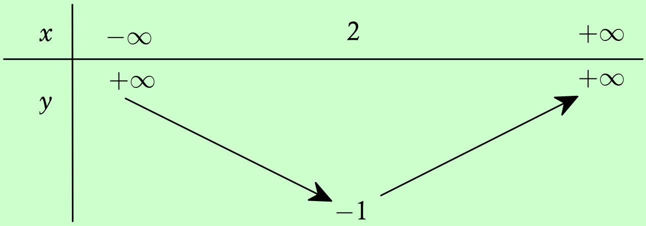
Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2 - 4x + 3 = mx + 3$

$\longleftrightarrow x(x - (m+4)) = 0 \longleftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m + 4 \end{cases}$.

Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi $4 + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4$.

Khi đó, ta có $x_1^3 + x_2^3 = 8 \Leftrightarrow 0 + (4 + m)^3 = 8 \Leftrightarrow 4 + m = 2 \Leftrightarrow m = -2$. **Chọn B.**

Câu 71. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)-1=m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m>-1$. **B.** $m>0$. **C.** $m>-2$. **D.** $m\ge -1$.

Lời giải. Phương trình $f(x)-1=m \longleftrightarrow f(x)=m+1$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m+1$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi $m+1>-1 \Leftrightarrow m>-2$. **Chọn C.**

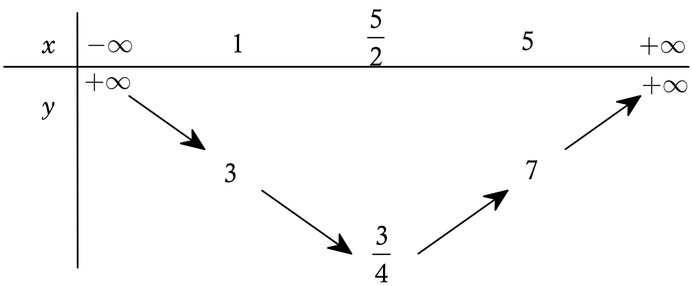
Câu 72. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2-5x+7+2m=0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1;5]$.

A. $\frac{3}{4}\le m\le 7$. **B.** $-\frac{7}{2}\le m\le -\frac{3}{8}$. **C.** $3\le m\le 7$. **D.** $\frac{3}{8}\le m\le \frac{7}{2}$.

Lời giải. Ta có $x^2-5x+7+2m=0 \Leftrightarrow x^2-5x+7=-2m.$ $(*)$

Phương trình $(*)$ là phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): x^2-5x+7$ và đường thẳng $y=-2m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=x^2-5x+7$ trên $[1;5]$ như sau:

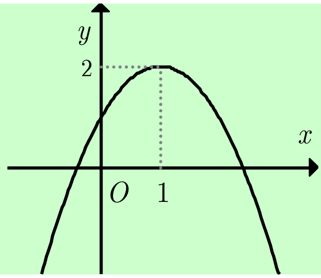


Dựa vào bảng biến ta thấy $x\in[1;5]$ thì $y\in\left[\frac{3}{4};7\right]$.

Do đo để phương trình $(*)$ có nghiệm $x\in[1;5] \Leftrightarrow \frac{3}{4}\le -2m\le 7 \Leftrightarrow -\frac{3}{8}\ge m\ge -\frac{7}{2}$.

Chọn B.

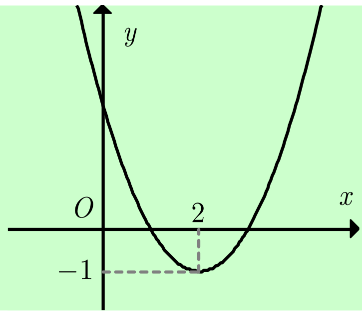
Câu 73. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)+m-2018=0$ có duy nhất một nghiệm.



A. $m=2015$. **B.** $m=2016$.
C. $m=2017$. **D.** $m=2019$.

Lời giải. Phương trình $f(x)+m-2018=0 \longleftrightarrow f(x)=2018-m$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2018-m$ (có phương song song hoặc trùng với trục hoành).
Dựa vào đồ thị, ta có ycbt $2018-m=2 \Leftrightarrow m=2016$. **Chọn B.**

Câu 74. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $|f(x)|=m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

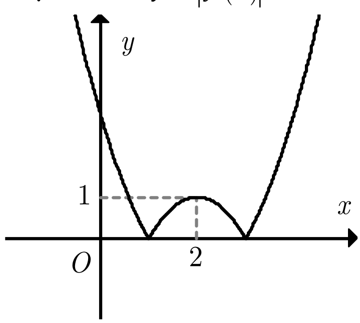


A. $0<m<1$. **B.** $m>3$.
C. $m=-1$, $m=3$. **D.** $-1<m<0$.

Lời giải. Ta có $y=|f(x)|=\begin{cases} f(x) & ;f(x)\geq 0 \\ -f(x) & ;f(x)<0 \end{cases}$. Từ đó suy ra cách vẽ đồ thị hàm số (C) từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị $y=f(x)$ phía trên trục hoành.
- Lấy đối xứng phần đồ thị $y=f(x)$ phía dưới trục hoành qua trục hoành (bỏ phần dưới).

Kết hợp hai phần ta được đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như hình vẽ.

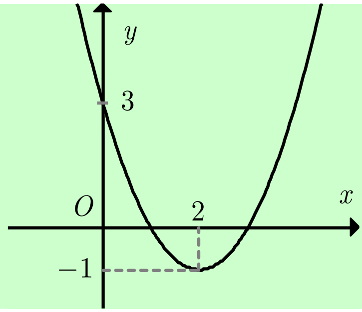


Phương trình $|f(x)|=m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).
Dựa vào đồ thị, ta có ycbt $\Leftrightarrow 0<m<1$. **Chọn A.**

Câu 75. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $f(|x|)-1=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. $m=3$. **B.** $m>3$.

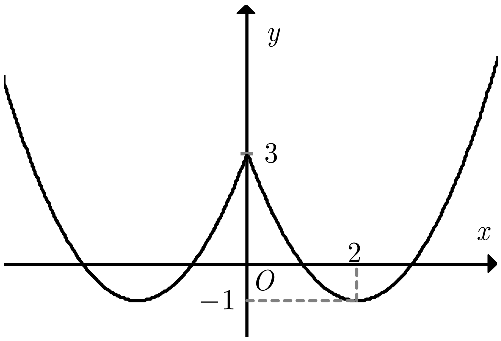
C. $m=2$. **D.** $-2<m<2$.



Lời giải. Ta có $f(|x|)=f(x)$ nếu $x\geq 0$. Hơn nữa hàm $f(|x|)$ là hàm số chẵn. Từ đó suy ra cách vẽ đồ thị hàm số (C) từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị $y=f(x)$ phía bên phải trục tung.
- Lấy đối xứng phần đồ thị $y=f(x)$ phía bên phải trục tung qua trục tung.

Kết hợp hai phần ta được đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như hình vẽ.



Phương trình $f(|x|)-1=m \Leftrightarrow f(|x|)=m+1$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ và đường thẳng $y=m+1$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào đồ thị, ta có ycbt $\Leftrightarrow m+1=3 \Leftrightarrow m=2$. **Chọn A.**